COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 JUILLET 1899,

PRÉSIDENCE DE M. VAN TIEGHEM.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse l'ampliation d'un Décret qui, suivant le vœu exprimé par l'Académie des Sciences, porte de 100 à 116 le nombre de ses Correspondants, tant nationaux qu'étrangers.

ASTRONOMIE. — *Considérations sur la constitution physique de la Lune.* Note de MM. **Lœwy** et **Puiseux**.

« Nous avons eu dernièrement l'honneur de présenter à l'Académie le quatrième fascicule de l'Atlas photographique de la Lune, publié par l'Observatoire de Paris. Ces feuilles, rapprochées des précédentes, nous paraissent devoir donner lieu aux conclusions suivantes :

» 1° Il existe, au point de vue du relief, une similitude générale entre

les mers de la Lune et les plateaux recouverts aujourd'hui par les océans terrestres.

» Dans ceux-ci les surfaces convexes tiennent plus de place que les bassins concaves, rejetés habituellement vers la limite de l'aire affaissée. De même les mers de la Lune présentent d'ordinaire vers les bords des dépressions assez prononcées. Dans un cas comme dans l'autre, nous observons les déformations normales d'un globe en voie de retrait et dérobé à l'action érosive des pluies, qui tend au contraire, dans toutes les parties abondamment arrosées de la Terre, à faire prédominer les surfaces concaves. L'explication de cette structure, telle qu'elle est admise aujourd'hui par les géologues, nous semble également valable pour la Lune.

» 2° Pour trouver une ressemblance équivalente dans les parties saillantes, il faudrait pouvoir rétablir sur la Lune les traits effacés par les éruptions volcaniques, sur la Terre ceux qui ont disparu par le travail des eaux. Nous sommes à même d'y suppléer dans une certaine mesure en mettant en parallèle d'une part les massifs lunaires relativement pauvres en cirques, d'autre part les chaînes terrestres de surrection récente, où la structure initiale est susceptible d'être reconstituée sans trop d'efforts. Nous observons alors, sur les chaînes qui entourent les mers lunaires comme sur celles qui encadrent les fosses méditerranéennes, le contraste d'un versant intérieur rapide et d'une pente extérieure doucement inclinée. Cette opposition est souvent si nette sur la Lune qu'il est permis d'en faire remonter la cause à une rupture des couches, sans attendre la confirmation stratigraphique, jusqu'à présent irréalisable.

» 3° Le développement plus considérable acquis par les mers dans la moitié orientale du disque lunaire montre que les phénomènes d'affaissement ont dû s'y manifester à une époque plus ancienne que dans la partie occidentale. S'il en est ainsi, on doit prévoir que la croûte y a emprisonné les gaz en quantité relativement plus grande et opposé une résistance moins efficace à leur expansion. C'est, en effet, du côté de l'est que les orifices isolés se montrent en plus grand nombre à la surface des mers, et que les forces volcaniques ont créé des systèmes rayonnants étendus à toutes les directions.

» Le développement de ces phénomènes a nécessairement exigé un temps considérable, et il y a lieu d'admettre que ces plaines, solidifiées avant celles de la partie ouest de la Lune, sont arrivées depuis longtemps à une configuration peu différente de celle qu'elles possèdent aujourd'hui.

» 4° La formation des mers débute par l'effondrement d'une vaste ré-

gion, qu'isole bientôt une cassure circulaire. Cette cassure ne marque point, en général, la limite future de la mer. Nous pouvons citer des cas où l'aire effondrée échappe tout entière à la submersion, d'autres où la partie centrale est seule envahie, d'autres enfin où l'enceinte primitive est débordée et où la mer s'agrandit en s'annexant des bandes marginales. C'est par une série d'étapes analogues que les plus grands cirques paraissent être arrivés à leurs dimensions actuelles.

» 5° L'époque de la solidification d'une mer ne coïncide pas davantage avec celle de la fixation définitive du niveau dans la partie centrale. Celle-ci peut s'abaisser encore et déterminer par son retrait la formation d'une nouvelle crevasse, parallèle, comme la première, aux limites de la mer.

» 6° Les nouvelles feuilles, de même que les premières, nous fournissent plusieurs spécimens de grands cirques où la solidification, due au refroidissement progressif, s'est effectuée à trois ou même quatre niveaux différents, séparés par plusieurs kilomètres d'intervalle. Les effondrements modernes, comparés aux anciens, offrent presque toujours une étendue moindre, une pente intérieure plus rapide, une forme plus régulièrement circulaire. Les plus modernes, tels que ceux qui s'ouvrent sur le fond déjà très déprimé de Longomontanus, n'ont plus aucune trace de bourrelet périphérique, c'est-à-dire que leur apparition ne semble pas avoir été précédée d'un soulèvement.

» 7° Toutefois, ce phénomène d'intumescence de la croûte lunaire, considéré par nous comme le préliminaire habituel de la formation des cirques, a, dans certains cas exceptionnels, mais bien constatés, donné naissance à des figures convexes, dont la partie centrale ne s'est pas effondrée.

» 8° Nous avons indiqué précédemment comment il était possible, dans un assez grand nombre de cas, d'assigner l'âge relatif des cirques d'après l'état de conservation de leur rempart et la submersion plus ou moins complète de leur cavité intérieure. Dans les parages envahis par les traînées, nous pouvons juger, par un autre caractère, de l'époque plus ou moins tardive de la solidification intérieure des cirques. Il convient de placer en première ligne, par ordre d'ancienneté, ceux qui ont reçu et conservé un revêtement blanc uniforme; ensuite ceux qui n'ont enregistré que quelques traînées faibles et tardives sous forme de bandes, enfin ceux qui sont demeurés complètement indemnes et tranchent aujourd'hui, par leur teinte sombre, sur la région environnante.

» Ce criterium chronologique, plus net que celui qui repose sur l'état

de conservation des bourrelets, nous renseigne aussi sur l'ancienneté relative de la solidification dans les diverses parties des mers. Il tombe malheureusement en défaut dans les régions, assez nombreuses, où les traînées ne se sont point étendues.

» 9° En général, les grands systèmes de traînées recouvrent indistinctement tous les accidents du sol placés sur leur trajet. Cette circonstance nous a déjà permis de conclure que les formidables éruptions volcaniques dont la Lune a été le théâtre appartiennent à une période récente dans l'histoire de notre satellite. Elles ont dû être précédées de la solidification à peu près complète des mers et du fond des cirques. Le même fait nous semble devoir être pris en grande considération dans le problème si souvent discuté de l'atmosphère de la Lune. Non seulement, en effet, ces éruptions ont mis en liberté des quantités importantes de gaz ou de vapeurs, mais la diffusion des cendres à de grandes distances suppose une enveloppe gazeuse d'une certaine densité.

» La faiblesse relative de la pesanteur aide, il est vrai, à comprendre leur ascension initiale à une altitude considérable. Il faut cependant que la résistance de l'atmosphère ait été suffisante pour retarder la chute de ces poussières pendant un trajet pouvant atteindre ou dépasser 1000^{km}.

» Le temps qui s'est écoulé depuis les grandes éruptions a-t-il suffi pour amener la disparition totale de cette enveloppe gazeuse? On est conduit à en douter si l'on examine le mécanisme des deux causes principales qui ont pu agir dans ce sens. L'écorce, déjà solidifiée dans son ensemble, ne devait plus absorber les gaz qu'avec lenteur et difficulté. La déperdition dans l'espace des molécules animées de vitesses assez grandes pour entrer dans la sphère d'attraction d'un autre corps devenait nécessairement de plus en plus lente à mesure que la température devenait plus basse. Nous trouvons donc dans l'examen du sol lunaire un sérieux motif pour croire qu'il subsiste encore, à l'heure actuelle, un résidu d'atmosphère dont l'appréciation, entourée à coup sûr de grandes difficultés, peut n'être pas irréalisable.

» Cette induction s'ajoute à celle que fournit, comme nous l'avons vu, la discussion des éclipses et des occultations. Le soin que les astronomes apportent depuis quelques années à l'étude de ces phénomènes et le grand nombre d'occultations de petites étoiles que l'on observe maintenant à chaque éclipse totale donnent lieu d'espérer que cette discussion pourra bientôt être reprise sur des bases nouvelles et dégagera des conclusions plus précises. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Examen de l'eau de mer puisée à différentes profondeurs; variations de ses composés iodés.* Note de M. Armand Gautier.

« Dans une précédente Communication ([1]) j'ai montré que les eaux prises en mer, à la surface ou à faible profondeur, ne contiennent pas trace d'iode à l'état d'iodures ou d'iodates et que la totalité de cet élément, engagé dans des combinaisons complexes, ne devient sensible aux réactifs qu'après fusion à la potasse caustique du résidu laissé par l'eau.

» Je rappelle que j'ai trouvé pour l'eau de l'océan Atlantique, prise à l'entrée de la Manche à 40 kilomètres des côtes et à la surface :

		mgr
Iode (par litre d'eau)......	Iode minéral..................................	0,000
	Iode des parties organisées retenues par le filtre de biscuit..................................	0,520
	Iode des combinaisons solubles complexes ([2])..	1,800
	Total par litre......................	2,32

» Je viens de faire une étude parallèle pour l'eau de la Méditerranée, prise dans le golfe du Lion, à 11 kilomètres des côtes ([3]); elle m'a conduit à des résultats tout semblables. J'ai trouvé :

		mgr
Iode (par litre d'eau)......	Iode minéral..................................	0,000
	Iode des parties organisées retenues par le filtre de biscuit..................................	0,286
	Iode des combinaisons solubles complexes.....	1,960
	Total par litre......................	2,246

» Ces résultats établissent que :

» 1° L'eau de la Méditerranée possède, à la surface, une teneur en iode total sensiblement égale à celle de l'océan Atlantique, l'une et l'autre étant puisées loin de toute embouchure de fleuves et en pleine mer;

» 2° Dans la Méditerranée comme dans l'Atlantique, on ne trouve pas trace d'iodures ou d'iodates dans l'eau de surface;

([1]) *Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 1069.

([2]) Celles-ci sont en partie organiques, mais je réserve le point de savoir si elles sont mélangées ou faiblement unies à des composés minéraux iodés peu solubles. tels que iodosulfates ou iodophosphates de chaux, à peu près comme les chloro- et fluorophosphates de chaux sont unis à l'osséine dans les os.

([3]) Eau puisée le 10 mai 1899 à la surface, au droit du rocher de Monaco, par beau temps. Très légère pluie le 4 mai.

» 3° Dans ces eaux de mer l'iode est contenu, partie dans les êtres organisés, partie dans une substance complexe partiellement organique et soluble, azotée, phosphorée et dialysable.

» Quelle que soit la nature de cette substance iodée complexe (et j'y reviendrai), j'ai pensé qu'originaire des profondeurs et contenu primitivement dans les eaux de l'océan sous forme minérale l'iode, lorsqu'il arrive dans les régions de la mer riches en êtres vivants aptes à l'assimiler, y passe partiellement ou en totalité à l'état organique. Ce phénomène doit arriver à son maximum dans les régions de la mer où pénètre la lumière, et où peuvent vivre et se reproduire les algues à chlorophylle, sans que la transformation de l'iode minéral en matériaux organiques divers doive nécessairement cesser dans les régions plus profondes où les combinaisons iodées formées à la surface peuvent pénétrer grâce à une lente dialyse, et où d'ailleurs d'autres êtres non chlorophylliens, protozoaires, bactéries, etc. auxquels la lumière n'est pas nécessaire, peuvent aussi modifier les combinaisons minérales de l'iode, comme c'est notoirement le cas pour les spongiaires qui fixent, on le sait, cet élément à l'état organique.

» Si les choses se passent bien ainsi, il s'ensuit que les eaux de mer de la région du plankton peuvent être entièrement privées d'iode minéral (et nous avons établi qu'il en est ainsi, en effet), mais qu'au-dessous, c'est-à-dire à 300^m ou 400^m de profondeur, on peut espérer, étant donnée la pauvreté des eaux puisées à ces bas niveaux en organismes vivants, trouver une partie de l'iode à l'état primitif, c'est-à-dire à l'état minéral. C'est cette déduction que j'ai voulu soumettre au contrôle de l'expérience.

» Pour examiner l'eau de mer aux diverses profondeurs, j'ai pensé qu'il convenait de s'adresser d'abord aux eaux de la Méditerranée, où la température est presque constante du haut en bas (13°) et où il n'existe, au-dessous de 300^m, aucun courant qui mélange mécaniquement les couches supérieures et les couches profondes. Dans ce but, j'ai eu recours à S. A. S. le prince de Monaco, dont on connaît le zèle éclairé et l'indiscutable compétence en tout ce qui touche à l'Océanographie. Il a bien voulu (et je lui en suis très reconnaissant) me faire faire, sous la surveillance de son distingué directeur de travaux scientifiques, le Dr J. Richard que je remercie, des puisements d'eau prise sur une même verticale, le 10 mai dernier, au droit de Monaco, à 11^{km} de la côte, par 43°, 41′, N, et 5°, 13′ E. Ces eaux furent puisées : à $0^m,50$ au-dessous de la surface; à 780^m; à 880^m; enfin à 980^m de profondeur. A cette dernière cote on touchait le fond formé d'un sable argileux roussâtre.

» Il convenait d'abord de se rendre compte de la nature et, jusqu'à un certain point, de la masse des êtres vivants pouvant modifier ces eaux au-dessous de la région proprement dite du plankton. L'échantillon de 2^{lit} d'eau puisé à 780^m fut sacrifié pour l'examen de ces êtres et de leurs dépouilles. Dès sa sortie de la mer, cette eau fut additionnée de $\frac{1}{40}$ de son poids de formol, substance qui a la propriété de saisir et

insolubiliser les protoplasmas et de fixer les êtres vivants tels qu'ils sont au moment où ils subissent cette sorte d'embaumement. On peut alors reconnaître au microscope si ces êtres étaient vivants, ou du moins si leurs organes et protoplasmas étaient inaltérés au moment du puisement. Les eaux de 780^m, ainsi traitées, furent laissées à la cave au repos et dans l'obscurité, siphonées douze jours après, et les couches inférieures centrifugées. Le dépôt total recueilli sur trois verres à microscope ne pesait certainement pas, pour 2 litres, $\frac{1}{15}$ de milligramme, soit $\frac{1}{30}$ de milligramme par litre d'eau de mer prise à 780^m. Encore la majeure partie de ce dépôt était-il formé de débris inertes.

» Il fut reconnu, par M. Maxime Cornu et M. R. Blanchard, qui ont bien voulu l'examiner avec soin et auxquels j'adresse l'expression de ma gratitude, ne contenir aucune algue vivante au moment du puisement. On y trouva surtout des débris minéraux lamelleux, des carapaces chitineuses, jaunes et brunes, paraissant avoir appartenu à des animaux articulés; des masses informes provenant peut-être de protoplasmas altérés devenus huileux, granuleux, décolorés; quelques rares spicules d'éponges; à peine trois à quatre carapaces de diatomées dont quelques-unes à l'état de débris, un foraminifère; de petites sphères réfringentes paraissant des kystes d'infusoires ou autres protozoaires et quelques bactéries; enfin un très petit crustacé copépode, visible à la loupe et vivant au moment de la capture.

» En un mot, à ce niveau de 780^m au-dessous de la surface de la mer, les algues vivantes ont complètement disparu; on rencontre seulement des débris minéraux, quelques dépouilles d'animaux inférieurs, de rares crustacés microscopiques, infusoires, protozoaires et bactéries, représentant un poids excessivement faible vis-à-vis des débris qui les accompagnent et *a fortiori* de la masse de l'eau où ils vivent; et si ces derniers assimilent l'iode, ce ne peut-être qu'en quantité minime et proportionnelle à leur très faible poids, qui, d'après mes observations, est inférieure, pour la matière vivante, à $\frac{3}{1000}$ de milligramme par litre d'eau [1]. Dans cette appréciation n'est pas

---

(1) Abstraction faite de poids ($0^{mgr},15$ environ) du petit crustacé. Le reste de la partie vivante du dépôt de l'eau ne paraît pas supérieur au quinzième de sa masse totale. Ce dépôt étant de $\frac{1}{30}$ de milligramme au maximum par litre, la partie vivante ne représente donc pas plus de $0^{mg},0022$ par litre d'eau puisée à 780 mètres.

On est encore très peu renseigné sur les organismes microscopiques, ou très petits, vivant dans la mer à ces profondeurs. On sait seulement qu'à 5 ou 10 kilomètres des côtes, et à la surface, le nombre des bactéries diminue très rapidement; de 800 à 900 par centimètre cube près du rivage, il tombe à 30 ou 40 au large (Tolomei, 1899, *Bull. Soc. d'agric. et de pêche,* t. XI, p. 124). A 240 milles marins de la côte, E. Fischer a encore trouvé, dans la région du Gulf-Stream, 645 germes; il n'y avait plus 100 bactéries hors de ce courant (*Plankton Expedit.*, IV. Bd., 1894; A. Fischer, *Vorlesungen über Bacterien,* p. 62, Iena; 1897). Sur les mêmes points, mais entre 800^m et

comprise la petite quantité de substance gélatineuse complexe, très iodée, de nature inconnue, qu'arrête le filtre de porcelaine et que nous avons trouvée dans l'eau de mer à toute profondeur, mais moins abondante dans les eaux profondes.

» L'absence totale des algues, même microscopiques, et la très faible masse des autres êtres vivants ainsi constatée à ce niveau de 780^{m}, et *à fortiori* au-dessous, il était intéressant de rechercher l'influence de la disparition de ces êtres sur la composition de l'eau de mer, surtout au point de vue de sa teneur en iode et des formes sous lesquelles peut y être contenu cet élément. C'est ce que nous avons fait.

» Nous avons donc examiné comparativement les eaux puisées à la surface, à 880^{m} et à 980^{m} où l'on touchait le fond.

» Ces échantillons d'eau pris sur la même verticale furent introduits, dès leur sortie de la mer, dans des flacons de 2 litres préalablement rincés à l'eau distillée et bouchés à l'émeri; ils furent conservés jusqu'au moment de leur examen dans une cave obscure pour éviter les modifications qu'aurait pu provoquer la lumière.

» On examina ces eaux au point de vue : 1° de leur densité; 2° du poids du résidu sec; 3° de leur chlore, brome et iode total; 4° de leur richesse en iode total et de la nature de leurs divers composés iodés. Ces eaux paraissaient limpides et toutes les opérations furent pratiquées sans filtration préalable.

» *Densité aux diverses profondeurs*. — Cette densité fut prise à 4° et sur 250^{cc} à la fois pour permettre une grande précision. On trouva :

	Densité.	Poids du litre à 4°.
		gr
Surface	1,03014	1030,14
880^{m}	1,03104	1031,04
980^{m}	1,03076	1030,76

» Quoique la densité de l'eau du fond ne soit que légèrement inférieure à celle de l'eau puisée à 100 mètres au-dessus, cette petite différence, qui se traduit par 0^{gr},28 en moins par litre d'eau, est inattendue et nous semble intéressante. La plus faible densité de l'eau du fond a été confirmée, comme on va le voir, par les poids des résidus secs, un peu plus faibles à 980^{m} qu'à 880^{m}, aussi bien que par les dosages de chlore, brome et iode total. Il nous semble très probable que la mer reçoit, sur certains points, et en particulier dans cette partie du golfe du Lion, des eaux émanant de sources profondes, phénomène qui doit se passer surtout aux environs des côtes que

1100^{m} de profondeur, E. Fischer trouva seulement de huit à douze germes par cent. cube d'eau, soit dix fois moins environ qu'à la surfaoe. Par 1500^{m} à 2400^{m} on peut ne rien trouver de cultivable dans plusieurs centimètres cubes d'eau ou de vase du fond (température de l'eau +2° à +5°); mais il est possible que les espèces du fond échappent aux conditions de culture où s'était placé E. Fischer.

bordent, comme dans le cas présent, de hautes montagnes [1]. Le mélange de ces eaux douces avec les eaux de mer ne peut ensuite se faire que très lentement et par dialyse dans un milieu entièrement au repos et à une même température de 13° sur la plus grande hauteur.

» *Résidu sec.* — Il fut pris chaque fois sur 10^{cc} d'eau mesurés à 4° et additionnés de 0^{gr},02 de carbonate de soude sec [2] pour éviter les pertes dues à la dissociation à chaud du chlorure de magnésium; la dessiccation fut faite au bain-marie, puis à 105°, jusqu'à constance de poids. On trouva :

	Résidu sec par litre d'eau.
	gr
Surface	43,40
880^{m}	44,78
980^{m}	43,41

» Ces poids sont remarquablement élevés. Le résidu sec par litre d'eau est de 35^{gr} à 38^{gr},5 pour l'océan Atlantique, à la surface. Laurent a trouvé pour l'eau de la Méditerranée, près Marseille, 40^{gr},7. Mais nos trois pesées se contrôlent. On remarquera encore ici que l'eau du fond est un peu moins concentrée qu'à 100 mètres au-dessus.

» *Chlore-brome-iode.* — La totalité du chlore, brome et iode fut dosée par poids, toujours dans un même volume d'eau à 4°. On obtint :

	Chlorobromoiodure d'argent par litre.	Calcul (théorique) en sel marin.
	gr	gr
Surface	0,8579	34,92
880^{m} de profondeur	0,8844	35,99
980^{m} »	0,8767	35,68

» Le sel marin ainsi calculé est sensiblement supérieur à la réalité, tout le chlore des chlorures alcalino-terreux étant ici transformé arbitrairement, par le calcul, en chlorure de sodium. Mais on voit encore une fois les principaux sels de l'eau de mer plus abondants dans la couche de 880^{m} qu'au-dessous et au-dessus.

» *Composés iodés.* — Pour la recherche des corps iodés, l'eau fut analysée trois jours après son puisement : elle n'avait qu'entrevu la lumière au moment de son transvasement. Il était important en effet d'éviter les modifications que, sous son influence, les êtres vivants pouvaient lui faire subir. Les

---

(1) Toute cette partie de la côte du golfe du Lion forme, on le sait, le contrefort des Alpes, et les sources d'eaux douces y ont été signalées, même en mer. Dans sa Géographie de *La Terre* (vol. II, 4e édit., ; 1881) Élisée Reclus écrit page 7 : « Ainsi » M. Villeneuve-Flayosc a découvert dans le golfe de Cannes une source d'eau douce » jaillissant du fond d'une espèce de puits dont les parois ont 27 degrés d'inclinaison. »

(2) Poids soustrait ensuite par le calcul de chaque résidu.

matières en suspension, vivantes ou non, furent séparées par le filtre de biscuit de Sèvres en pleine obscurité. On dosa ensuite l'iode sous ses trois formes, comme il a été dit dans une Note antérieure (1). On trouva :

		Iode par litre.
Surface	Iode retenu par le filtre de biscuit (matière glaireuse, parties insolubles, êtres vivants)	0^{mgr},286
	Iode entièrement ou partiellement organique et soluble	1,960
	Iode minéral (iodures, etc.)	0,000
		2,246
880^m de profondeur	Iode retenu par le filtre de biscuit (organisé, insoluble, etc.)	0^{mgr},100
	Iode entièrement ou partiellement organique et soluble	2,130
	Iode minéral (iodures, etc.)	0,150
		2,380
980^m de profondeur	Iode retenu par le filtre de biscuit (organisé, insoluble, etc.)	0^{mgr},065
	Iode entièrement ou partiellement organique et soluble	1,890
	Iode minéral (iodures, etc.)	0,305
		2,260

» L'examen de ces nombres donne lieu aux constatations suivantes :

» L'iode *total* est, par litre d'eau, presque constant du haut en bas de la mer, quel que soit le point où l'on puise l'eau.

» L'eau de la Méditerranée paraît légèrement plus pauvre en iode total (2^{mgr},25 par litre) que celle de l'océan (2^{mgr},40).

» A mesure que l'on monte vers la surface et que les êtres vivants (algues ou protozoaires) s'accumulent dans l'eau de mer, l'iode minéral des profondeurs disparaît : il est de 0^{mgr},305 par litre, au fond; de 0^{mgr},150 seulement à 100 mètres au-dessus; il a totalement disparu à la surface et probablement bien avant d'y arriver, dans les couches du plankton. C'est la confirmation des idées *a priori* qui nous ont guidé et que nous exposions plus haut.

» Parallèlement, l'iode organisé, en tous cas celui qui est retenu sur le filtre de biscuit, augmente à mesure qu'on s'élève à partir du fond, comme augmente la masse des êtres vivants qui le fixent. De 0^{mgr},065 par litre d'eau, dans le fond, il passe à 0^{mgr},100 à cent mètres plus haut et à 0^{mgr},286 dans les eaux de la surface.

» Au contraire, l'iode dissous à l'état de combinaisons complexes est maximum à 880^m, mais varie peu du haut en bas. Les substances auxquelles

(1) *Comptes rendus*, séance du 1er mai 1899, t. CXXVIII, p. 1069.

cet iode appartient ne semblent donc pas provenir principalement des êtres vivants, si nombreux à la surface, et si rares à ces profondeurs.

» Quelles que soient les transformations subies par l'eau de mer, en raison de l'action des êtres vivants et de celle de la lumière, il est intéressant de constater que le taux de l'iode reste à peu près constant dans une même quantité d'eau de mer, quelle que soit la hauteur où on la puise, tandis que les formes sous lesquelles apparaissent les combinaisons iodées se modifient très sensiblement de bas en haut.

» Enfin, il est tout à fait remarquable d'observer qu'à toute profondeur existe en proportion plus ou moins variable, mais nullement en rapport avec la masse des êtres vivants qui habitent l'eau de mer, cette matière glaireuse que retient le filtre de porcelaine, matière extrêmement riche en iode et bien digne d'une étude spéciale. »

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un volume de MM. *Bos et Laffargue*, portant pour titre : « Distribution de l'énergie électrique en Allemagne ». (Présenté par M. Mascart.)

2° Un volume de M. *Maurice d'Ocagne*, intitulé : « Traité de Nomographie. — Théorie des abaques. — Applications pratiques ». (Présenté par M. Maurice Lévy.)

3° Une « Étude sur la Flore fossile du bassin houiller d'Héraclée (Asie Mineure), par M. *R. Zeiller* ». (Présenté par M. Michel Lévy.)

4° Une « Histoire abrégée de l'Astronomie, par M. *Ernest Lebon* ». (Présenté par M. Wolf.)

5° Le premier numéro du « Mois scientifique et industriel ; Revue internationale d'informations ». (Présenté par M. Ad. Carnot.)

ASTRONOMIE — *Observations de la comète Swift* (1899 *a*), *faites à l'équatorial Brunner* ($0^m,16$), *de l'observatoire de Lyon;* par **M. J. Guillaume**, présentées par M. Lœwy.

Comparaisons et positions de la comète.

Dates. 1899.	Temps moyen de Paris.	✶◁ — ★ Δα.	Δδ.	Nombre de comp.	α app.	Log fact. parall.	δ app.	Log. fact. parall.	★
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Juin 8 .	11.27.27	+1.30,70	+7.13,0	3. 3	16. 1.12,90	+9,063	+46.26.10,9	−8,786	*a*
8..	11.57.37	+1.16,15	+4.59,7	2. 2	16. 0.58,35	+9,284	46.23.57,6	+9,001	*a*
★9..	12.36.47	+0.25,75	−6. 2,8	20.20	15.49.55,88	+9,492	44.42.57,4	+9,900	*b*
10..	9.47.20	−0.55,98	+1.18,7	2. 2	15.41.25,60	−8,843	43.17.42,4	+9,570	*c*
10..	10.13.20	−1. 5,69	−0.33,1	2. 2	15.41.15,89	−7,691	43.15.50,6	+9,540	*c*
12..	9.23.14	−1.18,77	−3.29,4	2. 2	15.25. 8,93	−8,822	40.11.42,4	+9,928	*d*
12..	9.46. 0	−1.26,02	−4.50,4	2. 2	15.25. 1,68	−8,094	40.10.21,4	+9,914	*d*
13..	12.12.57	−3.11,68	−1. 2,4	2. 2	15.17.23,74	+9,516	38.31.46,6	+0,280	*e*
13..	12.41.47	−3.19,22	−2.48,6	3. 2	15.17.16,20	+9,577	38.30. 0,4	+0,350	*e*
★14..	11.17.33	+0.14,50	−3.14,5	2. 2	15.11.26,40	+9,371	37. 8.56,3	+0,228	*f*
15..	10.35.49	+3. 1,55	−3.26,4	2. 2	15. 6. 0,31	+9,217	35.48.43,7	+0,226	*g*
15..	10.59.31	+2.56,35	−4.46,0	2. 2	15. 5.55,11	+9,330	35.47.24,1	+0,262	*g*
★30..	9.36.10	−0.10,10	−2.34,2	10.10	14.23.25,49	+9,349	21. 3.16,1	+0,598	*h*
★30..	9.58.12	−0.11,56	−3.11,3	10.10	14.23.24,03	+9,414	21. 2.39,0	+0,611	*h*
★30..	10.25.20	−0.12,97	−3.57,5	10.10	14.23.22,62	+9,477	21. 1.52,8	+0,628	*h*

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1899,0.

★	Désignation.	α moy.	Réduction au jour.	δ moy.	Réduction au jour.	Autorités.
	°	h m s	s	° ′ ″	″	
a........	DM + 46.2142	15.59.38,92	+3,28	+46.19. 1,7	−3,8	A.G. Bonn, 10297.
b........	44.2518	15.49.26,86	+3,27	44.49. 3,8	−3,6	A.G. Bonn, 10201.
c........	43.2525	15.42.18,32	+3,26	43.16.27,3	−3,6	Comparée à *c′*.
c′........	43.2531	15.46. 3,14	»	43. 9. 9,0	»	A.G. Bonn, 10175.
d........	40.2892	15.26.24,47	+3,23	40.15.15,4	−3,6	A.G. Bonn, 9984.
e........	38.2652	15.20.32,20	+3,22	38.32.52,6	−3,6	A.G. Lund Z 691.
f........	37.2621	15.11. 8,70	+3,20	37.12.14,5	−3,7	A.G. Lund Z 693.
g........	36.2574	15. 2.55,58	+3,18	35.52.13,9	−3,8	Weisse$_1$ 14^h, 1329.
h........	21.2657	14.23.32,58	+3,01	21. 5.56,0	−5,7	A.G. Berlin, 5087.

Observations faites par passages, sauf celles marquées (★) qui ont été obtenues par pointés au micromètre à double fil. Grossissement = 100. Les observations des premiers jours ont été faites près du zénith, c'est-à-dire dans une position très incommode.

Remarques. — Le 9, la comète est visible à l'œil nu, comme une étoile de 5,5 à 6e grandeur; à la lunette, elle présente une nébulosité d'environ 6′ de diamètre, avec condensation centrale et noyau stellaire de 9e.

Le 15, apparence stellaire de 7e; nébulosité d'environ 4′ de diamètre, condensée au centre avec noyau de 9e.

Le 30, la comète s'est beaucoup affaiblie; elle présente une condensation centrale d'apparence stellaire 10e-11e.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la suppression des essais, dans le calcul des orbites paraboliques.* Note de M. L. **Picart**, communiquée par M. Callandreau.

« Dans sa belle préface aux *Leçons sur la détermination des orbites* professées par Tisserand, M. Poincaré a indiqué que le calcul des éléments d'une orbite parabolique peut être fait sans tâtonnement, l'un d'eux s'obtenant par une équation du premier degré.

» On peut arriver à un résultat analogue d'une façon très simple, si l'on admet, avec Laplace, que les observations aient fourni les dérivées du premier et du second ordre de la longitude et de la latitude géocentriques α et δ.

» Soient X et Y les coordonnées géocentriques du Soleil. Les coordonnées héliocentriques de la comète seront

$$x = \rho\cos\alpha - \mathrm{X}, \qquad y = \rho\sin\alpha - \mathrm{Y}, \qquad z = \rho\,\mathrm{tang}\,\delta,$$

où ρ représente la distance accourcie de l'astre à la Terre. De ces équations, on déduit, par différentiations, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, puis $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$. Égalant ces dernières expressions à $-\frac{\mathrm{K}^2x}{r^3}$, $-\frac{\mathrm{K}^2y}{r^3}$, $-\frac{\mathrm{K}^2z}{r^3}$, on aura un système (1) de trois équations qui donneront ρ, $\frac{d\rho}{dt}$, $\frac{d^2\rho}{dt^2}$. On aura par suite x, y, z et $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$; or on sait que de la connaissance de ces six quantités on peut déduire les éléments de l'orbite cherchée. L'équation qui donne ρ s'écrit

$$\mathrm{H}\rho = \frac{\mathrm{K}^2}{r^3} - \frac{\mathrm{K}'^2}{\mathrm{R}^3}, \tag{2}$$

où l'on a posé

$$\mathrm{H} = \frac{\frac{d\delta}{dt}\frac{d^2\alpha}{dt^2} - \frac{d\alpha}{dt}\frac{d^2\delta}{dt^2} - \left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^3 \sin\delta\cos\delta + 2\frac{d\alpha}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 \mathrm{tang}\,\delta}{(\mathrm{X}\cos\alpha + \mathrm{Y}\sin\alpha)\frac{d\alpha}{dt}\sin\delta\cos\delta - (\mathrm{X}\sin\alpha - \mathrm{Y}\cos\delta)\frac{d\delta}{dt}}$$

et

$$K'^2 = K^2(1 + \mu),$$

μ étant le rapport de la masse de la Terre à celle du Soleil.

» L'équation (2) est du huitième degré en ρ; elle s'abaisse au septième si l'on fait $\mu = 0$.

» Supposons maintenant que l'orbite soit une parabole. Nous aurons une condition supplémentaire

$$(3) \qquad \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = \frac{2K^2}{r}.$$

» A l'aide des deux premières équations (1), on peut obtenir $\frac{d\rho}{dt}$ en fonction de ρ. Si, dans l'expression ainsi trouvée, on remplace $\frac{K^2}{r^3}$ par sa valeur (2), on a simplement

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{2\frac{d\alpha}{dt}}\left[H(X\sin\alpha - Y\cos\alpha) + \frac{d^2\alpha}{dt^2}\right] = -I\rho.$$

» Substituant dans (3), on a l'équation

$$(4) \qquad \rho^2 J + 2B\rho + V^2 = \frac{2K^2}{r},$$

après avoir posé

$$J = \left[I^2 - 2I\tang\delta\frac{d\delta}{dt} + \cos^2\delta\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\right]\frac{1}{\cos^2\delta},$$

$$B = I\left(\frac{dX}{dt}\cos\alpha + \frac{dY}{dt}\sin\alpha\right) + \frac{d\alpha}{dt}\left(\frac{dX}{dt}\sin\alpha - \frac{dY}{dt}\cos\alpha\right),$$

$$V^2 = \left(\frac{dX}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dt}\right)^2.$$

» L'équation (4) est du sixième degré en ρ, et les équations (2) et (4) doivent avoir une racine commune que l'on obtiendra par la méthode du plus grand commun diviseur.

» On peut simplifier un peu : on déduit de l'équation (2), après avoir multiplié les deux membres par

$$r^2 = \frac{\rho^2}{\cos^2\delta} - 2\rho\eta + R^2 \qquad (\eta = X\cos\alpha + Y\sin\alpha),$$

l'équation

$$(2') \qquad \left(2H\rho + \frac{2K'^2}{R^3}\right)\left(\frac{\rho^2}{\cos^2\delta} - 2\rho\eta + R^2\right) = \frac{2K^2}{r}.$$

» Retranchant membre à membre de l'équation (4), on a une équation

du troisième degré en ρ. Le problème revient à chercher la racine commune à deux équations, l'une du sixième degré, l'autre du troisième. Il suffit de deux divisions algébriques.

» Les équations s'écrivent

$$(4') \qquad \rho^6 + L\rho^5 + M\rho^4 + N\rho^3 + P\rho^2 + Q\rho + S = 0,$$

$$(5) \qquad \rho^3 + l\rho^2 + m\rho + n = 0,$$

où l'on a

$$L = \frac{4B}{J} - 2\eta\cos^2\delta,$$

$$M = 2\frac{JV + 2B^2}{J^2} + \left(R^2 - \frac{8B}{J}\eta\right)\cos^2\delta,$$

$$N = \frac{4}{J^2}[BV^2 - \eta\cos^2\delta(JV^2 + 2B^2) + BJR^2],$$

$$P = \frac{V^4}{J^2} - 8\eta\cos^2\delta\frac{BV^2}{J^2} + 2R^2\cos^2\delta\frac{JV^2 + 2B^2}{J^2},$$

$$Q = \frac{2\cos^2\delta}{J^2}(2BV^2R^2 - \eta V^4),$$

$$S = \frac{\cos^2\delta}{J^2}(R^2V^4 - 4K^4),$$

$$l = \frac{K'^2}{R^3H} - 2\eta\cos^2\delta - \frac{J}{2H}\cos^2\delta,$$

$$m = R^2\cos^2\delta - 2\eta\frac{K'^2}{R^3H}\cos^2\delta - \frac{B}{H}\cos^2\delta,$$

$$n = -\left(V^2 - 2\frac{K'^2}{R}\right)\frac{\cos^2\delta}{2H} = -\frac{K'^2}{2H}\cos^2\delta.$$

» Si l'on pose enfin

$$p = P - Ll + 2ln - Mm + m^2 + 2Llm - 3l^2m - Nl + Ml^2 - Ll^3 + l^4,$$

$$pq = Q - Mn + 2mn + Lln - l^2n + Mlm - 2lm^2 - Nm + Lm^2 - Ll^2m + l^3m,$$

$$ps = S - Nn + n^2 + Lmn + Mln - 2lmn - Ll^2n + l^3n,$$

on obtient

$$(6) \qquad \rho = -\frac{n - ls + qs}{m - s - lq + q^2}.$$

» Nous avons donc l'inconnue principale ρ en fonction rationnelle des données.

» Déjà Cauchy avait obtenu (*Comptes rendus*, t. XXV, p. 410), même dans le cas d'une orbite d'excentricité quelconque, une expression de ρ ne contenant qu'un radical cubique. Mais cette expression contenait les

dérivées du troisième ordre de la longitude et de la latitude géocentriques, dérivées qui se calculent avec moins de précision que les dérivées premières et secondes, et qui sont impossibles à obtenir lorsqu'on ne possède que trois observations.

» Si l'orbite est rigoureusement une parabole, l'équation (5) sera vérifiée par la valeur (6) de ρ. Si c'est une ellipse de grande excentricité, la valeur de ρ ne sera qu'approchée, et le résidu obtenu en substituant dans le premier membre de (5) sera sensiblement $\frac{K^2}{a}\frac{\cos^2\delta}{2H}$, a étant le demi grand axe; car les opérations ci-dessus s'appliquent au cas d'une orbite elliptique, pourvu qu'on remplace V^2 par $V^2 + \frac{K^2}{a}$.

» Il resterait à simplifier autant que possible le calcul précédent, à indiquer des procédés de vérification et à le comparer aux méthodes généralement employées; c'est ce que je me réserve de faire dans un travail plus développé. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les transformations des droites.* Note de M. **E.-O. Lovett**, présentée par M. Darboux.

« Soient les équations de la droite

$$(1)\qquad y + kx + m = 0, \qquad z + lx + n = 0.$$

» Nous allons considérer des transformations de l'espace (x, y, z) dans l'espace (X, Y, Z), qui sont déterminées par deux équations

$$(2)\qquad \Phi(x, y, z, X, Y, Z) = 0, \qquad \Psi(x, y, z, X, Y, Z) = 0.$$

» La droite (1) sera transformée dans la surface représentée par l'équation

$$(3)\qquad \Omega(X, Y, X, k, l, m, n) = 0,$$

que l'on obtient en éliminant x, y, z au moyen des équations (1) et (2).

» Considérons le cas spécial dans lequel les équations (2) sont linéaires en x, y, z, à savoir

$$(4)\qquad \begin{cases} F_\alpha(X, Y, Z)x + F_\beta(X, Y, Z)y + F_\gamma(X, Y, Z)z + F_\delta(X, Y, Z) = 0, \\ F_\varepsilon(X, Y, Z)x + F_\zeta(X, Y, Z)y + F_\eta(X, Y, Z)z + F_\theta(X, Y, Z) = 0, \end{cases}$$

où les indices désignent le degré des fonctions. Dans ce cas, la droite (1)

sera transformée dans la surface

$$(5)\qquad \begin{vmatrix} k & 1 & 0 & m \\ l & 0 & 1 & n \\ F_\alpha & F_\beta & F_\gamma & F_\delta \\ F_\varepsilon & F_\zeta & F_\eta & F_\theta \end{vmatrix} = 0,$$

ou

$$(6)\qquad \left\{ \begin{aligned} & \begin{vmatrix} k & l \\ m & n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} F_\beta & F_\gamma \\ F_\zeta & F_\eta \end{vmatrix} - k \begin{vmatrix} F_\beta & F_\delta \\ F_\zeta & F_\theta \end{vmatrix} \\ & \quad - l \begin{vmatrix} F_\gamma & F_\delta \\ F_\eta & F_\theta \end{vmatrix} - m \begin{vmatrix} F_\alpha & F_\beta \\ F_\varepsilon & F_\zeta \end{vmatrix} - n \begin{vmatrix} F_\alpha & F_\gamma \\ F_\varepsilon & F_\eta \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} F_\alpha & F_\delta \\ F_\varepsilon & F_\theta \end{vmatrix} = 0. \end{aligned} \right.$$

» Si la surface doit être une quadrique, il faut que les relations suivantes aient lieu

$$(7)\qquad \left\{ \begin{aligned} & F_\beta F_\eta - F_\gamma F_\zeta = F'_2, \qquad F_\beta F_\theta - F_\delta F_\zeta = F''_2, \qquad F_\gamma F_\theta - F_\delta F_\eta = F'''_2, \\ & F_\alpha F_\zeta - F_\beta F_\varepsilon = F^{\text{IV}}_2, \qquad F_\alpha F_\eta - F_\gamma F_\varepsilon = F^{\text{V}}_2, \qquad F_\alpha F_\theta - F_\delta F_\varepsilon = F^{\text{VI}}_2, \end{aligned} \right.$$

» En introduisant les hypothèses suivantes qui n'imposent aucune restriction

$$(8)\qquad \left\{ \begin{aligned} & \beta + \eta > \gamma + \zeta, \qquad \beta + \theta > \delta + \zeta, \qquad \gamma + \theta > \delta + \eta, \\ & \alpha + \zeta > \beta + \varepsilon, \qquad \alpha + \eta > \gamma + \varepsilon, \qquad \alpha + \theta > \delta + \varepsilon, \end{aligned} \right.$$

nous trouvons que, pour que les relations (17) subsistent, les

$$(9)\qquad N = \tfrac{1}{2}(3\Sigma\alpha^2 + 3\Sigma\alpha + 16)$$

constantes définissant les fonctions F_i doivent satisfaire à

$$(10)\qquad \left\{ \begin{aligned} \rho = \tfrac{3}{2}[& (\beta+\eta)^2 + (\beta+\theta)^2 + (\gamma+\theta)^2 + (\alpha+\zeta)^2 + (\alpha+\eta)^2 + (\alpha+\theta)^2 \\ & + 3\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\eta + 3\theta - 36] \end{aligned} \right.$$

équations de condition

» Soient en particulier toutes les fonctions F_i du premier degré, ρ va se réduire à zéro et N à 32, comme, d'ailleurs, on le voit immédiatement en regardant les formules (4). Considérons alors les équations

$$(11)\qquad x\varphi_1 + y\varphi_2 + z\varphi_3 + \varphi_4 = 0, \qquad x\varphi_5 + y\varphi_6 + z\varphi_7 + \varphi_8 = 0,$$

où

$$\varphi_i = a_i X + b_i Y + c_i Z + d_i.$$

Elles définissent un groupe de ∞^{30} transformations qui transforment la

droite (1) dans la quadrique

$$(12)\quad (kn - lm)\begin{vmatrix}\varphi_2\varphi_3\\ \varphi_6\varphi_7\end{vmatrix} - k\begin{vmatrix}\varphi_2\varphi_4\\ \varphi_6\varphi_8\end{vmatrix} - l\begin{vmatrix}\varphi_3\varphi_4\\ \varphi_7\varphi_8\end{vmatrix} - m\begin{vmatrix}\varphi_1\varphi_2\\ \varphi_5\varphi_6\end{vmatrix} - n\begin{vmatrix}\varphi_1\varphi_3\\ \varphi_5\varphi_7\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}\varphi_1\varphi_4\\ \varphi_5\varphi_8\end{vmatrix} = 0.$$

» Si l'on veut que cette quadrique soit une sphère pour toutes les valeurs de k, l, m, n, il est nécessaire que φ_2, φ_3, φ_6, φ_7 se réduisent à des constantes. Donc nous voyons que les équations

$$(13)\quad \begin{cases}(a_1X+b_1Y+c_1Z+d_1)x+d_2y+d_3z+a_4X+b_4Y+c_4Z+d_4=0,\\ (a_5X+b_5Y+c_5Z+d_5)x+d_6y+d_7z+a_8X+b_8Y+c_8Z+d_8=0,\end{cases}$$

où les constantes sont assujetties aux conditions

$$(14)\quad \begin{gathered} a_1a_8-a_4a_5=b_1b_8-b_4b_5=c_1c_8-c_4c_5\\ \begin{cases} a_1b_8+b_1a_8-a_4b_5-b_4a_5=0,\\ a_1c_8+c_1a_8-a_4c_5-c_4a_5=0,\\ b_1c_8+c_1b_8-b_4c_5-c_4b_5=0,\end{cases}\end{gathered}$$

déterminent ∞^{13} transformations qui changent les droites en des sphères.

» Les droites se transforment en des points si

$$(15)\quad d_1:d_2:d_3:d_4=d_5:d_6:d_7:d_8.$$

En employant la méthode de S. Lie, nous vérifions facilement que les transformations (13) sont des transformations de contact. Nous voyons ensuite que, en particularisant les constantes de la manière suivante :

$$(16)\quad \begin{cases} a_1=b_1=d_1=d_2=c_4=d_4=c_5=d_5=d_7=a_8=b_8=d_8=0,\\ c_1=d_3=a_4=a_5=d_6=-c_8=1, \qquad b_4=-b_5=i,\end{cases}$$

nous avons la célèbre correspondance étudiée par Lie

$$(17)\quad Zx+z+X+iY=0, \qquad (X-iY)x+y-Z=0.$$

» Si nous recherchons les transformations de l'espace à n dimensions qui transforment les droites en des sphères et qui sont déterminées par deux équations bilinéaires, nous trouvons que ces équations doivent être de la forme

$$(18)\quad x_1\varphi_1+\sum_{i=2}^{i=n}a_{n+1,i}x_i+\varphi_{n+1}=0, \qquad x_1\varphi_{n+2}+\sum_{i=n+3}^{i=2n+1}a_{n+1,i}x_i+\varphi_{2(n+1)}=0,$$

où

$$\varphi_i=a_{1,i}X_i+a_{2,i}X_2+\ldots+a_{n,i}X_n+a_{n+1,i},$$

et les $6n$ constantes $a_{i,j}$ sont assujetties aux $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ équations de condition; donc il n'y a pas de transformations de cette espèce dans les espaces à un nombre de dimensions supérieur à onze. Pour $n=11$, nous avons ∞^1 transformations; $n=10, \infty^6$; $n=9, \infty^{10}$; $n=8, \infty^{13}$; $n=7, \infty^{15}$; $n=6, \infty^{16}$; $n=5, \infty^{16}$; $n=4, \infty^{14}$; $n=3, \infty^{13}$.

» Nous remarquons enfin que l'on peut obtenir une certaine catégorie de ∞^6 transformations de contact en généralisant la forme donnée par Darboux (*Théorie des surfaces*, § 157, t. I) à la transformation de Lie. En effet, les équations

$$(19)\quad \begin{cases} k = a_2\alpha + b_1\beta + c_1\gamma + d_1\rho, & l = a_3\alpha + b_3\beta + c_3\gamma + d_3\rho, \\ n = a_2\alpha + b_2\beta + c_2\gamma + d_2\rho, & m = a_4\alpha + b_4\beta + c_4\gamma + d_4\rho \end{cases}$$

établissent une correspondance entre les droites (k, l, m, n) et les sphères $(\alpha, \beta, \gamma, \rho)$ de telle façon que deux droites se coupant se transforment en deux sphères se touchant si les équations suivantes sont satisfaites :

$$(21)\quad \begin{cases} a_1a_2 - a_3a_4 = b_1b_2 - b_3b_4 = c_1c_2 - c_3c_4 = d_1d_2 - d_3d_4 = 1, \\ a_1b_2 + b_1a_2 - a_3b_4 - b_3a_4 = 0, \qquad b_1c_2 + b_2c_1 - b_3c_4 - b_4c_3 = 0, \\ a_1c_2 + c_1a_2 - a_3c_4 - c_3a_4 = 0, \qquad b_1d_2 + b_2d_1 - b_3d_4 - b_4d_3 = 0, \\ a_1d_2 + d_1a_2 - a_3d_4 - d_3a_4 = 0, \qquad c_1d_2 + c_2d_1 - c_3d_4 - d_3c_4 = 0, \end{cases}$$

car ces équations sont nécessaires et suffisantes pour que la forme quadratique

$$(k-k')(n-n') - (l-l')(m-m')$$

soit changée par la transformation (19) dans la forme quadratique

$$(\alpha-\alpha')^2 + (\beta-\beta')^2 + (\gamma-\gamma')^2 - (\rho-\rho')^2.$$

» Ici il y a encore quelques questions qui se posent; par exemple la question de la possibilité de la transformation des lignes asymptotiques dans les lignes de courbure et la question si le groupe à six paramètres est continu dans le groupe à treize paramètres. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces de M. Voss*. Note de C. GUICHARD, présentée par M. Darboux.

« Je conserve les notations et les formules de ma Note précédente (*Sur les réseaux cycliques qui contiennent un système de géodésiques*). J'ai fait remarquer que si $n = 1$ le réseau F est un réseau de Voss, c'est-à-dire

que toutes les courbes du réseau sont des géodésiques. La congruence FS est donc une congruence de normales; par conséquent, le réseau T, qui lui est parallèle, est un réseau O; c'est un résultat que j'ai établi depuis longtemps.

» On a alors les formules suivantes :

$$a = \sin\varphi, \qquad m = \cos\varphi,$$
$$b = \frac{\partial\varphi}{\partial v}, \qquad n = 1, \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial u\,\partial v} = \sin\varphi,$$
$$h = \frac{\partial\rho}{\partial v}, \qquad l = \rho, \qquad \frac{\partial^2\rho}{\partial u\,\partial v} = \rho\cos\varphi.$$

» A chaque surface M on peut faire correspondre une infinité de surfaces analogues (M′) pour lesquelles :

$$a' = \alpha\sin\varphi, \qquad m' = \alpha\cos\varphi, \qquad h' = \alpha h,$$
$$b' = \frac{\partial\varphi}{\partial v}, \qquad n' = \frac{1}{\alpha}, \qquad l' = l,$$

α étant une constante arbitraire.

» Soient maintenant P un point de MT qui décrit un réseau, PQ et PR les deux tangentes à ce réseau qui rencontrent respectivement en Q et R les secondes tangentes des réseaux M et T. La congruence PQ est harmonique au réseau M et la congruence PR au réseau T; donc ces deux congruences sont *cycliques*.

» Nous obtenons ainsi des réseaux dont les deux tangentes décrivent des congruences cycliques; les congruences parallèles à ces réseaux sont telles que leurs deux réseaux focaux sont cycliques.

» Les solutions ainsi obtenues sont les solutions les plus générales du problème suivant :

» *Trouver toutes les congruences dont les deux réseaux focaux sont cycliques.*

» Ce problème est, comme je l'établirai plus tard, un problème du sixième ordre (quand on ne cherche que la direction des éléments); les solutions qui se présentent ici ne dépendent que de deux équations du second ordre.

» Les cosinus directeurs ξ_1, ξ_2, ξ_3 de la droite MT sont solutions de l'équation

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial u\,\partial v} = \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial u}\frac{\partial\xi}{\partial v} + mn\xi = \xi\cos\varphi.$$

» Les cosinus directeurs ξ'_1, ξ'_2, ξ'_3 de la tangente M′T′ au réseau correspondant M′ satisfont à la même équation. Il en résulte que la congruence MT est 3O d'une infinité de manières. On pourra donc choisir le point P de façon que le réseau P soit 2O; si l'on effectue les calculs on trouve que les réseaux Q et R sont aussi 2O; donc :

» *Ces réseaux* P *sont* 2O, *les deux réseaux qui s'en déduisent par la méthode de Laplace sont* 2O, *enfin chaque tangente au réseau* P *décrit une congruence cyclique.*

» La congruence MT est plusieurs fois cyclique; soit μ un réseau O harmonique à MT; les tangentes μM, μT à ce réseau décrivent des congruences 2O.

» On est amené à étudier ce second groupe de surfaces. Pour ces surfaces, on a

$$a = \alpha \sin\varphi, \qquad m = \frac{\alpha}{\beta}\lambda\cos\varphi,$$

$$b = \beta \sin\psi, \qquad n = \frac{\beta}{\alpha}\mu\cos\psi,$$

φ et ψ étant donnés par les équations

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v} = \lambda \sin\psi,$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial u} = \mu \sin\varphi;$$

α, β, λ, μ étant des constantes liées par la relation

$$\alpha\beta - \frac{\alpha}{\beta}\lambda^2 - \frac{\beta}{\alpha}\mu^2 = 0.$$

» A l'aide de ces formules, on vérifie que *les réseaux* S *et* T *de ce second groupe de surfaces sont* 2O.

» Les cosinus directeurs ξ_1, ξ_2, ξ_3 de MT satisfont ici à l'équation

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial u\,\partial v} = \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial u}\frac{\partial\xi}{\partial v} + mn\xi,$$

ou

$$(1) \qquad \frac{\partial^2\xi}{\partial u\,\partial v} = -\mu\frac{\sin\psi\sin\varphi}{\cos\psi}\frac{\partial\xi}{\partial v} + \lambda\mu\cos\varphi\cos\psi\,\xi.$$

» On vérifie qu'elle admet les deux solutions $\cos\theta$ et $\sin\theta$, θ étant dé-

terminé par les deux équations compatibles

$$\frac{\partial\theta}{\partial u} = i\mu \cos\varphi,$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial v} = i\lambda \cos\psi.$$

Elle admet, en outre, la solution $\sin\psi$.

» Cela posé, si l'on considère une congruence rapportée à ses développables et telle que la droite génératrice ait ses cosinus directeurs proportionnels aux quantités

$$\cos\theta, \quad \sin\theta, \quad i\sin\psi,$$

on verra que l'un des réseaux focaux de cette congruence est un réseau O et que l'autre se projette sur le plan des deux premières coordonnées suivant un réseau O; donc :

» *La recherche des surfaces de Voss est équivalente à celle des congruences dont l'un des réseaux focaux est formé par les lignes de courbure d'une surface et dont l'autre se projette sur un plan fixe suivant un réseau orthogonal.* »

ALGÈBRE. — *Les groupes d'ordre* 16p, p *étant un nombre premier impair.* Note de M. **Le Vavasseur**, présentée par M. Darboux.

« J'omets, dans l'énumération, trente-quatre groupes décomposables. Voici les autres :

$$G^{\beta}_{16p} \left\{ \begin{array}{l} [a^{16} = b^p = 1, ba = ab^{\alpha}, \alpha \text{ appartient à l'exposant } 2^{\beta} \pmod p], \\ \qquad \beta = 1, 2, 3, 4, \end{array} \right.$$

$$G^{5}_{16p} \left\{ \begin{array}{l} [a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba,\ ca = ac^{\alpha},\ cb = bc^{-1} \\ \qquad \alpha \text{ appartient à l'exposant } 4 \pmod p], \end{array} \right.$$

$$G^{6}_{16p} \quad (a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^5,\ ca = ac^{-1},\ cb = bc),$$

$$G^{7}_{16p} \left\{ \begin{array}{l} [a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^5,\ ca = ac^{\alpha},\ cb = bc \\ \qquad \alpha \text{ appartient à l'exposant } 4 \pmod p], \end{array} \right.$$

$$G^{8}_{16p} \quad (a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^5,\ ca = ac,\ cb = bc^{-1}),$$

$$G^{9}_{16p} \left\{ \begin{array}{l} [a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^5,\ ca = ac^{\alpha},\ cb = bc^{-1} \\ \qquad \alpha \text{ appartient à l'exposant } 4 \pmod p], \end{array} \right.$$

$$G^{10}_{16p} \left\{ \begin{array}{l} (a^2 = b^2 = c^4 = d^p = 1,\ ac = ca,\quad bc = cb,\quad ab = bac^2 \\ \qquad da = ad,\quad db = bd,\quad dc = cd^{-1}), \end{array} \right.$$

$$G_{16p}^{11}\left\{\begin{array}{l}(a^2 = b^2 = c^4 = d^p = 1,\ ac = ca,\quad bc = cb,\quad ab = bac^2\\ \qquad\qquad da = ad,\quad db = bd^{-1},\ dc = cd\quad),\end{array}\right.$$

$$G_{16p}^{12}\left\{\begin{array}{l}(a^2 = b^2 = c^4 = d^p = 1,\ ac = ca,\quad bc = cb,\quad ab = bac^2\\ \qquad\qquad da = ad^{-1},\ db = bd^{-1},\ dc = cd^{-1}),\end{array}\right.$$

$$G_{16p}^{13}\quad (a^4 = b^4 = c^p = 1,\ ab = ba^3,\ ca = ac^{-1},\ cb = bc\quad),$$

$$G_{16p}^{14}\quad (a^4 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^3,\ ca = ac,\quad cb = bc^{-1}),$$

$$G_{16p}^{15}\left\{\begin{array}{l}[a^4 = b^4 = c^p = 1,\ ab = ba^3,\ ca = ac,\quad cb = bc^\alpha\\ \qquad\qquad \alpha \text{ appartient à l'exposant } 4\ (\operatorname{mod} p)],\end{array}\right.$$

$$G_{16p}^{16}\left\{\begin{array}{l}(a^4 = b^4 = c^2 = d^p = 1,\ ac = ca,\quad bc = cb,\quad ab = bac\\ \qquad\qquad da = ad^{-1},\ db = bd,\quad dc = cd\ ),\end{array}\right.$$

$$G_{16p}^{17}\left\{\begin{array}{l}[a^4 = b^2 = c^2 = d^p = 1,\ ac = ca,\quad bc = cb,\quad ab = bac\\ \qquad\qquad da = ad^\alpha,\ db = bd,\quad dc = cd\\ \qquad\qquad \alpha \text{ appartient à l'exposant } 4\ (\operatorname{mod} p)],\end{array}\right.$$

$$G_{16p}^{18}\left\{\begin{array}{l}(a^4 = b^2 = c^2 = d^p = 1,\ ac = ca,\quad bc = cb,\quad ab = bac\\ \qquad\qquad da = ad,\quad db = bd^{-1},\ dc = cd\ ],\end{array}\right.$$

$$G_{16p}^{19}(a^8 = b^4 = c^p = 1,\ a^4 = b^2,\ ab = ba^7,\ ca = ac,\quad cb = bc^{-1}),$$

$$G_{16p}^{20}(a^8 = b^4 = c^p = 1,\ a^4 = b^2,\ ab = ba^7,\ ca = ac^{-1},\ cb = bc\quad),$$

$$G_{16p}^{21}(a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^3,\ ca = ac,\quad cb = bc^{-1}),$$

$$G_{16p}^{22}(a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^3,\ ca = ac^{-1},\ cb = bc\quad),$$

$$G_{16p}^{23}(a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^3,\ ca = ac^{-1},\ cb = bc^{-1}),$$

$$G_{16p}^{24}(a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^7,\ ca = ac,\quad cb = bc^{-1}),$$

$$G_{16p}^{25}(a^8 = b^2 = c^p = 1,\ ab = ba^7,\ ca = ac^{-1},\ cb = bc\quad),$$

$$G_{48}^{26}\ (a^4 = b^4 = c^3 = 1,\ ab = ba,\ ac = cb,\quad bc = ca^3 b^3),$$

$$G_{80}^{27}\ [a^{(2, x^4+x^3+x^2+x+1)} = b^5 = 1,\ ab = ba^x],$$

$$G_{48}^{28}\ [a^{(2, x^4+x^3+x^2+x+1)} = b^3 = 1,\ ab = ba^{x^3+x^2}],$$

$$G_{48}^{29}\left\{\begin{array}{l}(a^2 = b^2 = c^4 = d^3 = 1,\ ab = bac^2,\ ac = ca,\ bc = cb\\ \qquad\qquad cd = dc,\ ad = db,\ bd = dabc),\end{array}\right.$$

$$G_{48}^{30}\quad (a^8 = b^2 = c^3 = 1,\ ab = ba^3,\ ac^2 = ca^7,\ a^7 c^2 = ca^2 b,\ bc^2 = cb).\ »$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le développement d'une branche uniforme de fonction analytique en série de polynomes.* Note de M. **Paul Painlevé**, présentée par M. Appell.

« Dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, 23 mai 1899), j'ai indiqué une méthode de démonstration très simple du théorème récemment publié par M. Mittag-Leffler. Je voudrais donner ici quelques applications précises de la méthode.

» Considérons, dans le plan complexe des ζ, l'angle aigu $\mathcal{E}$ compris entre les deux demi-droites issues du point -1 et qui font avec le demi-axe réel positif les angles $\frac{\pi}{2N}$ et $-\frac{\pi}{2N}$ (N désignant une quantité donnée plus grande que 1), et soit

$$\zeta = g(Z) = \left(\frac{1 + \frac{2^N - 1}{2^N + 1} Z}{1 - \frac{2^N - 1}{2^N + 1} Z} \right)^{\frac{1}{N}} - 1$$

la fonction qui représente l'aire $\mathcal{E}$ sur un cercle du plan Z, de façon qu'au point $z = 0$ corresponde le centre $Z = 0$ du cercle, et au point $\zeta = 1$ le point $Z = 1$. Soit maintenant $z = \zeta^2 = g^2(Z)$: quand le point Z décrit la circonférence de centre $Z = 0$ et de rayon 1, le point z décrit une courbe fermée C_N entourant l'origine et passant par le point $z = 1$. Si N croît indéfiniment, C_N tend à se réduire au segment 01 de l'axe réel. Soit enfin $z_1 = \frac{a}{z}$: quand z parcourt C_N, z_1 parcourt une courbe fermée, soit C_N^a.

» Ceci posé, considérons la fonction

$$\varphi(Z) = \frac{1}{1 - z g^2(Z)},$$

et développons-la en série de Mac-Laurin :

$$\frac{1}{1 - z g^2(Z)} = A_0(z) + A_1(z)Z + A_2(z)Z^2 + A_3(z)Z^3 + \ldots,$$

où les A_{2q}, A_{2q+1} sont des polynomes en z de degré q ($A_0 \equiv 1$, $A_1 \equiv 0$). Faisons $Z = 1$, et (pour simplifier la notation) posons $B_q = A_{2q} + A_{2q+1}$; *la série*

$$(1) \qquad \sum_{q=0}^{q=\infty} B_q(z) \equiv \sum_{q=0}^{q=\infty} (\lambda_{0,q}^N + \lambda_{1,q}^N z + \lambda_{2,q}^N z^2 + \ldots + \lambda_{q,q}^N z^q)$$

converge et représente $\frac{1}{1-z}$ *dans toute l'aire intérieure à la courbe fermée* C_N^1. *Les* λ *sont des fonctions rationnelles de* N *à coefficients entiers, dont il est facile de donner l'expression explicite.*

» Plus généralement, soit $F(z)$ une branche de fonction analytique holomorphe à l'origine; soit α *son étoile de convergence*. Soit enfin a un quelconque des points singuliers de la branche $F(z)$ (a est un sommet de l'étoile), et soit α_N *l'aire intérieure à toutes les courbes* C_N^a. Quand N croît indéfiniment, α_N tend vers α. Remplaçons dans tous les termes de (1)

les z^j par $\frac{F^{(j)}(0)}{j!} z^j$, et soit $P_q(z)$ ce que devient alors $B_q(z)$: *on a*

$$(2)\quad F(z) = \sum_{q=0}^{q=\infty} P_q(z) = \sum_{q=0}^{q=\infty}\left[F(0)\gamma^N_{q,0} + \gamma^N_{q,1}\frac{F'(0)}{1}z + \ldots + \gamma^N_{q,q}\frac{F^{(q)}(0)}{q!}z^q\right]$$

dans toute l'aire α_N. Pour tout point *extérieur* à α_N, la série *diverge*.

» Précisons un peu le degré de convergence de ces séries. Il nous suffit de considérer la série (1). Soit, dans le plan ζ, ABC l'aire de l'angle ε située à gauche de la droite $\zeta = 1$, $(\zeta = \xi + i\eta)$, et soit A′B′C′ l'aire homothétique de ABC par rapport à $\zeta = 0$, le rapport d'homothétie étant $1 + \frac{2}{N}$. Soit enfin Γ_N l'aire transformée de A′B′C′ dans la transformation $z = \frac{1}{\zeta^2}$. Quand N croît indéfiniment, l'aire Γ_N comprend sensiblement tout le plan, abstraction faite du segment $1, -\infty$ de l'axe réel. Ceci posé, soit $S^N_\nu(z)$ la somme des ν premiers termes de la série (1); on a

$$\left|\frac{1}{1-z} - S^N_\nu(z)\right| < N^3 2^{N-1}\left(\frac{1}{2^{N-1}}\right)^{-\nu}.$$

Il suit de là que, si l'on pose $N = \log(n+2)$

$$\nu = n, \qquad Q_n = S^N_\nu(z), \qquad \Pi_n = Q_{n-1} - Q_n, \qquad \Pi_0 = 1,$$

la série $\sum_{n=0}^{n=\infty} \Pi_n(z)$, *dont les termes sont des polynomes en z de degré n*, converge et représente $\frac{1}{1-z}$ dans tout le plan, sauf sur le segment $1, -\infty$ de l'axe réel.

» Dans l'aire $\Gamma_{\log q}$ (qui tend vers α pour $q = \infty$), la somme Σ_q des q premiers termes de la série représente $\frac{1}{1-z}$ avec une erreur moindre que $2^{-\frac{q}{3}(1-\log 2)}$. Les coefficients des Π_n *sont rationnels en* $\log(n+2)$. Si, au lieu de faire $N = \log(n+2)$, $\nu = n$, on faisait $N = n$, $\nu = 4n2^n$, on obtiendrait une série bien plus rapidement convergente, où tous les coefficients seraient *des nombres rationnels*, mais dont le $n^{\text{ième}}$ terme serait un polynome en z de degré $4n2^n$.

» *Pour obtenir le développement de* F(z) *dans* α, *il suffit, dans une des deux séries précédentes, de remplacer partout* z^j *par* $\frac{z^j F^{(j)}(0)}{j!}$ $(j = 0, 1, 2, \ldots)$.

» Donnons maintenant un exemple d'*étoile curviligne*. Le point z étant un

point quelconque du plan complexe ($z = x + iy$), décrivons sur le segment $\overline{oz}$ comme diamètre un demi-cercle omz ou L, qui sera défini sans ambiguïté par la condition que le sens $omzo$ soit le sens *positif* du contour fermé $omzo$. Prolongeons la branche de fonction $F(z)$, holomorphe à l'origine, le long de L : si le prolongement est possible régulièrement jusqu'en z, le point z, par définition, fera partie de *l'étoile curviligne d'espèce* L attachée à F. Soient α' cette étoile, $F_L(z)$ la valeur ainsi définie pour F en z. Soit, enfin, $\overline{a}$ un quelconque des points singuliers de F qu'on rencontre sur les chemins L : *les points du plan exclus de l'étoile α' sont tous distribués sur des demi-droites issues des points a et faisant avec la direction $\overline{oa}$ l'angle* $+\frac{\pi}{2}$. Représentons enfin par C'_N la courbe que parcourt le point $z = \frac{1 - e^{(\pi z)}}{2}$ quand z_1 parcourt le contour désigné plus haut par C_N. En substituant, dans toutes les définitions du début, C'_N à C_N, on définit, pour chaque valeur de $N (N > 1)$, une aire α'_N qui tend vers α' pour $N = \infty$. Ceci posé, *toutes les propositions précédentes subsistent sans modification pour la branche* $F_L(z)$ *et les aires* α', α'_N, *à condition de substituer à la fonction* $\varphi(Z)$, *introduite plus haut, la fonction*

$$\varphi(Z) = \frac{1}{1 - \frac{z}{2}\left[1 - e^{i\pi g^2(Z)}\right]},$$

où $g(Z)$ garde le même sens. Le développement de la nouvelle fonction $\varphi(Z)$ en série de Mac-Laurin (où l'on fait $Z = 1$) fournit donc le moyen de *développer* $\frac{1}{1-z}$ *en une série explicite* $\Sigma \Pi_n(z)$ *de polynomes convergente dans tout le plan sauf sur la demi-droite issue du point* $z = 1$ *et parallèle à* oy. En remplaçant partout z^j par $\frac{F^j(0)}{j!} z^j$, on obtient un développement de $F_L(z)$ convergent dans toute l'étoile α'.

» Observons que l'*étoile* α' *n'est pas nécessairement d'un seul tenant*. Soit, par exemple, $F = \sqrt{(1-z)(2-2z+z^2)}$ où $F = +\sqrt{2}$ pour $z = 0$; l'étoile α' relative à F comprend tout le plan, à l'exception des trois demi-droites D, D′, D″ issues des points $z = 1$, $z = 1 + i$, $z = 1 - i$ et faisant respectivement avec Ox les angles $+\frac{\pi}{2}$, $+\frac{3\pi}{4}$, $+\frac{5\pi}{4}$. Les deux premières forment un angle aigu E et les points intérieurs à E ne peuvent être reliés à l'origine par un chemin continu sans franchir les demi-droites D ou D′. La série S converge dans tout le plan sauf sur D, D′, D″ et représente, pour

un point z de E, la valeur $F_L(z)$ avec laquelle on arrive en z sur la demi-circonférence L. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur deux équations intégrables du second ordre.* Note de M. E. GOURSAT, présentée par M. Appell.

« J'ai énuméré dans un travail récent (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 1899) tous les types d'équations aux dérivées partielles du second ordre, de la forme $s = f(x, y, z, p, q)$, qui admettent deux intégrales intermédiaires distinctes du second ordre. Les formules suivantes, que j'ai obtenues depuis, complètent les résultats de ce Mémoire.

» L'intégrale générale de l'équation

$$sz = \sqrt{1+p^2}\sqrt{1+q^2} \tag{1}$$

est représentée par la formule

$$z^2 = \left(\int X\,dx - \int \frac{dy}{Y}\right)\left(\int Y\,dy - \int \frac{dx}{X}\right), \tag{2}$$

où X est une fonction arbitraire de x et Y une fonction arbitraire de y. Pour faire disparaître les quadratures, il suffira de poser

$$X = \alpha, \qquad x = \alpha^2 f''(\alpha) + \alpha f'(\alpha) - f(\alpha),$$
$$Y = \beta, \qquad y = \beta^2 \varphi''(\beta) + \beta\varphi'(\beta) - \varphi(\beta),$$

α et β désignant deux paramètres auxiliaires, f et φ deux fonctions arbitraires.

» L'intégrale générale de l'équation

$$s \sin z = \sqrt{1+p^2}\sqrt{1+q^2} \tag{3}$$

est représentée par la formule

$$\cos z = \frac{2\left(\frac{u_1}{u_2}\frac{u'_1}{u'_2} + \frac{v_1}{v_2}\frac{v'_1}{v'_2}\right) + \left(\frac{u_1}{u_2} + \frac{u'_1}{u'_2}\right)\left(\frac{v_1}{v_2} + \frac{v'_1}{v'_2}\right)}{\left(\frac{u_1}{u_2} - \frac{u'_1}{u'_2}\right)\left(\frac{v_1}{v_2} - \frac{v'_1}{v'_2}\right)}, \tag{4}$$

où u_1 et u_2 sont deux fonctions de x, vérifiant l'équation linéaire du second ordre

$$\frac{d^2u}{dx^2} - X\frac{du}{dx} - \frac{u}{4} = 0,$$

X étant une fonction arbitraire de x; v_1 et v_2 sont de même deux fonctions de y satisfaisant à une équation linéaire de même forme

$$\frac{d^2 v}{dy^2} - \mathrm{Y}\frac{dv}{dy} - \frac{v}{4} = 0,$$

où Y est une fonction arbitraire de y. On voit facilement que u_1. u_2, v_1, v_2 peuvent s'exprimer par des quadratures seulement. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe d'équations aux dérivées partielles.* Note de M. **Ivan Fredholm**, présentée par M. Poincaré.

« Soit

$$f\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)u = 0 \tag{1}$$

une équation différentielle linéaire homogène et à coefficients constants, et supposons que $f(\xi, \eta, \zeta)$ soit une fonction définie du degré $2n$.

» Soit, de plus, $\psi(\xi, \eta, \zeta)$ une forme quelconque du degré $2n - 2$ et formons l'intégrale

$$u = \int \frac{\psi(\xi, \eta, \zeta)}{f(\xi, \eta, \zeta)}(a\,d\xi + b\,d\eta + c\,d\zeta), \tag{2}$$

où l'intégration doit être étendue à tous les éléments d'une ligne droite située dans le plan

$$x\xi + y\eta + z\zeta = 0,$$

et passant par le point

$$\xi = \begin{vmatrix} y & z \\ b & c \end{vmatrix}, \quad \eta = \begin{vmatrix} z & x \\ c & a \end{vmatrix}, \quad \zeta = \begin{vmatrix} x & y \\ a & b \end{vmatrix}.$$

» J'ai démontré [1] que la fonction n est une intégrale de l'équation (1) jouissant des propriétés d'être homogène du degré -1 et de n'avoir aucun point singulier réel sauf l'origine.

» On démontre aussi facilement que les diverses fonctions qu'on obtient, en posant, dans la formule (2),

$$\psi = \xi^\alpha \eta^\beta \zeta^\gamma \qquad (\alpha + \beta + \gamma = 2n - 2),$$

sont les dérivées d'ordre $2n - 2$ d'une même fonction, soit $\mathrm{P}(x, y, z)$.

[1] *Acta mathematica*, t. XXIII.

» Il est clair que P est aussi une intégrale de l'équation (1) n'admettant pas d'autre point singulier que l'origine.

» Je me propose de montrer que le rôle de la fonction P par rapport à l'équation (1) est analogue à celui de la fonction $\frac{1}{r}$ par rapport à l'équation de Laplace.

» En effet, l'équation (1) étant identique à son adjointe, on a toujours, entre deux fonctions u et v admettant des dérivées continues jusqu'à l'ordre $2n$, la relation

$$(3) \quad \int_S (v f u - n f v)\, dS = \int_\sigma [L\cos(n,x) + M\cos(n,y) + N\cos(n,z)]\, d\sigma,$$

où dS désigne l'élément de volume d'un domaine S et $d\sigma$ l'élément de surface de la frontière σ de S.

» L, M, N sont des expressions bilinéaires des fonctions u, v et leurs dérivées jusqu'à l'ordre $2n-1$ inclus. Il importe d'observer que le coefficient d'une dérivée quelconque d'ordre ν de u est une fonction linéaire des dérivées d'ordre $2n-1-\nu$ de v.

» Cela posé, supposons que u soit une intégrale de l'équation (1) et posons $r = P(x-x_0, y-y_0, z-z_0)$. La formule (3) s'applique encore à condition d'exclure le point x_0, y_0, z_0 du domaine S en l'entourant d'une surface arbitrairement petite. Un raisonnement calqué sur la démonstration classique de la formule de Green nous permettra d'écrire la formule

$$(4) \qquad k u(x_0, y_0, z_0) = \int_\sigma [L\cos(n,x) + M\cos(n,y) + N\cos(n,z)]\, d\sigma,$$

qui présente une analogie parfaite avec la formule bien connue de Green.

» Désignons maintenant sous le nom de *problème de Dirichlet généralisé* la recherche d'une intégrale de l'équation (1) continue ainsi que ses dérivées jusqu'à l'ordre $2n$ inclus dans S, prenant à sa surface σ des valeurs données ainsi que ses dérivées jusqu'à l'ordre $n-1$ inclus.

» Admettons qu'il soit possible de résoudre ce problème, et désignons par $g(x, y, z; x_0, y_0, z_0)$ la fonction en donnant la séparation dans le cas où les valeurs données à la surface sont celles de la fonction

$$P(x-x_0, y-y_0, z-z_0)$$

et ses dérivées. L'application de la formule (3) aux fonctions n et g conduit

maintenant au résultat

$$\int [L_1 \cos(n,x) + M_1 \cos(n,y) + N_1 \cos(n,z)]\, d\sigma = 0,$$

où les expressions L_1, M_1, N_1, en ce qui concerne les termes contenant des dérivés d'ordre supérieur à $n-1$, sont égales aux termes correspondants dans les expressions L, M, N. Par conséquent la formule

$$ku(x_0, y_0, z_0) = \int_\sigma [(L - L_1)\cos(n,x) + (M - M_1)\cos(n,y) - (N - N_1)\cos(n,z)]\, d\sigma$$

ne contient que les dérivées de u d'ordre inférieur à n.

» Elle représente par suite la solution du problème de Dirichlet généralisé et elle montre que cette solution est unique, toutefois en faisant l'hypothèse que le problème est toujours soluble. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Considérations sur les Travaux de MM. S. Lie et A. Mayer.* Note de M. N. **Saltykow**, présentée par M. C. Jordan.

« Soit

$$(1) \quad \begin{cases} p_k + H_k(x_1, x_2, \ldots, x_n, z, p_{m+1}, p_{m+2}, \ldots, p_n) = 0 \\ k = 1, 2, \ldots, m, \qquad m < n, \end{cases}$$

un système complet, les variables p_i désignant les dérivées partielles $\frac{\partial z}{\partial x_i}$. Supposons que les équations

$$(2) \quad \begin{cases} f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n, z) = C_i, \\ i = 1, 2, \ldots, l, \qquad l \leq n - m, \end{cases}$$

C_i étant des constantes arbitraires, sont des intégrales du système aux différentielles totales

$$(3) \quad \begin{cases} dx_{m+i} = \sum_{k=1}^{m} \frac{\partial H_k}{\partial p_{m+i}} dx_k, \\ dp_{m+i} = -\sum_{k=1}^{m} \frac{dH_k}{dx_{m+i}} dx_k, \\ dz = \sum_{k=1}^{m} \left(\sum_{r=1}^{n-m} p_{m+r} \frac{\partial H_k}{\partial p_{m+r}} - H_k \right) dx_k \\ i = 1, 2, \ldots, \qquad n - m. \end{cases}$$

» Les équations (2) étant supposées résolubles par rapport aux x_{m+1}, $x_{m+2}, \ldots, x_{m+l}$, effectuons la transformation des variables de M. A. Mayer, indiquée dans le numéro précédent des *Comptes rendus* (N. Saltykow, *Considérations sur les Travaux de MM. S. Lie et A. Mayer*). Les équations (1) et (2) deviennent

$$(4)\quad \begin{cases} p'_k + \mathrm{H}'_k(x_1, x_2, \ldots, x_m, p_{m+1}, \ldots, p_{m+l}, x_{m+l+1}, \ldots, x_n, z', p'_{m+1}, \ldots, p'_n) = 0 \\ k = 1, 2, \ldots, m, \end{cases}$$

$$f'_i(x_1, x_2, \ldots, x_m, p_{m+1}, \ldots, p_{m+l}, x_{m+l+1}, \ldots, x_n, z', p'_{m+1}, \ldots, p'_{m+l}) = \mathrm{C}_i$$
$$i = 1, 2, \ldots, l.$$

Si l'intégrale complète de ce dernier système est connue, on obtient, comme je l'ai démontré [1], rien que par des différentiations, l'intégrale générale du système aux différentielles totales, correspondant aux équations (4).

$$(5)\quad \begin{cases} dp_{m+\lambda} = \sum_{k=1}^{m} \dfrac{\partial \mathrm{H}'_k}{\partial p'_{m+\lambda}} dx_k, \qquad dx_{m+\sigma} = \sum_{k=1}^{m} \dfrac{\partial \mathrm{H}'_k}{\partial p'_{m+\sigma}} dx_k, \\ dp'_{m+\lambda} = \sum_{k=1}^{m} \dfrac{d\mathrm{H}'_k}{dp_{m+\lambda}} dx_k, \qquad dp'_{m+\sigma} = -\sum_{k=1}^{m} \dfrac{d\mathrm{H}'_k}{dx_{m+\sigma}} dx_k, \\ dz' = \sum_{k=1}^{m} \left(\sum_{i=1}^{n=m} p'_{m+i} \dfrac{\partial \mathrm{H}'_k}{\partial p'_{m+i}} - \mathrm{H}'_k \right) dx_k, \\ \lambda = 1, 2, \ldots, l, \qquad \sigma = l+1, l+2, \ldots, n-m. \end{cases}$$

» Cela posé, tout revient à démontrer que, par la transformation inverse des variables p', z' par leurs valeurs en fonction des x, z, p, le système (5) devient identique à (3). Il est aisé de s'en persuader en vertu des identités

$$\frac{\partial \mathrm{H}'_k}{\partial p'_{m+\sigma}} = \frac{\partial \mathrm{H}_k}{\partial p_{m+\sigma}}, \qquad \frac{\partial \mathrm{H}'_k}{\partial p'_{m+\lambda}} = -\frac{d\mathrm{H}_k}{dx_{m+\lambda}},$$
$$\frac{\partial \mathrm{H}'_k}{\partial x_{m+\sigma}} = \frac{\partial \mathrm{H}_k}{\partial x_{m+\sigma}}, \qquad \frac{\partial \mathrm{H}'_k}{\partial z'} = \frac{\partial \mathrm{H}_k}{\partial z},$$
$$\frac{\partial \mathrm{H}'_k}{\partial p_{m+\lambda}} = \frac{\partial \mathrm{H}_k}{\partial p_{m+\lambda}} - \frac{\partial \mathrm{H}_k}{\partial z} p'_{m+\lambda},$$

les indices λ, σ ayant les valeurs (5). Par conséquent, l'intégrale générale du système (4) sera transformée dans celle du système (2), et l'on obtient

---

[1] *Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 274.

l'intégrale complète des équations (1) rien que par une opération d'élimination algébrique (¹).

» Considérons l'exemple cité dans notre Note précédente

$$(6) \qquad p_1 + \frac{z^6}{p_3^2} = 0, \qquad p_2 - \frac{x_4}{2x_2} p_4 = 0.$$

Le système d'équations aux différentielles totales

$$(7) \qquad \begin{cases} dx_3 = \dfrac{2z^6}{p_3^3} dx_1, & dx_4 = \dfrac{x_4}{2x_2} dx_2, \\ dp_3 = \dfrac{6z^5}{p_3} dx_1, & dp_4 = \dfrac{6z^5 p_4}{p_3^2} dx_1 + \dfrac{p_4}{2x_2} dx_2, \\ dz = \dfrac{3z^6}{p_3^2} dx_1 & \end{cases}$$

admet deux intégrales en involution

$$(8) \qquad x_4\sqrt{x_2} = C_1, \qquad \frac{p_3}{z^2} = C_2.$$

» L'intégrale complète des équations (6) et (8), transformées à la manière de M. A. Mayer, est

$$z' = -\frac{C_1 p_4}{\sqrt{x_2}} + \frac{1}{C - C_2 x_3 - \dfrac{1}{C_2^2} x_1}.$$

» Les déterminants fonctionnels

$$D\left(\frac{z', \dfrac{\partial z'}{\partial x_3}, \dfrac{\partial z'}{\partial p_4}}{c, c_1, c_2}\right), \quad D\left(\frac{\dfrac{\partial z'}{\partial x_3}, \dfrac{\partial z'}{\partial p_4}}{c_1, c_2}\right),$$

ne s'annulant pas, nous obtiendrons par la voie indiquée l'intégrale générale du système (7)

$$z = \frac{z^0 - a_2 b_2}{1 - \dfrac{3}{b_1^2}(z^0 - a_2 b_2)^5 (x_1 - x_1^0)},$$

$$x_3 = \frac{2(z^0 - a_2 b_2)^6}{b_1^3}(x_1 - x_1^0) + a_1, \qquad x_4 = a_2\sqrt{\frac{x_2^0}{x_2}},$$

$$p_3 = b_1\left[1 + \frac{3}{b_1^2}(z^0 - a_2 b_2)^5 (x_1^0 - x_1)\right]^{-2},$$

$$p_4 = b_2\sqrt{\frac{x_2}{x_2^0}}\left[1 + \frac{3}{b_1^2}(z^0 - a_2 b_2)^5 (x_1^0 - x_1)\right]^2,$$

(¹) Voir mes Notes, *Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 166 et 274.

x_1^0, x_2^0 étant des valeurs données, a_1, a_2, z^0, b_1, b_2 des constantes arbitraires, représentant les valeurs initiales des variables x_3, x_4, z, p_3, p_4. En éliminant a_2, b_1 entre les trois premières de ces dernières équations, on obtient l'intégrale cherchée

$$z = \frac{z^0 - b_2\sqrt{\frac{x_2}{x_2^0}}\,x_4}{1 - 3\left(z^0 - b_2\sqrt{\frac{x_2}{x_2^0}}\,x_4\right)\sqrt[3]{\frac{1}{4}(x_1 - x_1^0)(x_3 - a_1)^2}},$$

a_1, z^0, b_2 étant des constantes arbitraires.

» De même pour l'équation

$$p_1 + \frac{(z + x_2 p_2)x_2}{x_1 p_3} + \frac{z - x_2 x_3}{x_1} = 0,$$

en partant de formules de ma Note précédente, nous avons l'intégrale complète

$$z = \frac{a_1}{x_1}\left[\frac{x_1^0 z^0}{x_2} + \frac{(x_2 x_3 - a_1 a_2)(x_1 - x_1^0)}{x_2 - a_1}\right],$$

a_1, z^0, a_2 étant trois constantes arbitraires. »

PHYSIQUE. — *Étincelle globulaire ambulante.* Note de M. **Stéphane Leduc**, présentée par M. d'Arsonval.

« Lorsque deux pointes métalliques très fines et bien polies, en rapport chacune avec l'un des pôles d'une machine électrostatique, reposent perpendiculairement sur la face sensible d'une plaque photographique au gélatinobromure d'argent placée sur une feuille métallique, les deux pointes étant à 5^{cm} ou 10^{cm} l'une de l'autre, il se produit un effluve autour de la pointe positive, tandis qu'à la pointe négative il se forme un globule lumineux; lorsque ce globule a atteint une grosseur suffisante, on le voit se détacher de la pointe, « qui cesse complètement d'être lumineuse », se mettre en route, se déplacer lentement sur la plaque, faire des détours, s'arrêter, puis repartir vers la pointe positive; lorsqu'il arrive à celle-ci, l'effluve s'éteint, tout phénomène lumineux cesse, et la machine se désamorce commme si ses deux pôles étaient unis par un conducteur.

» La vitesse avec laquelle le globule lumineux se déplace est très faible; il met de une à quatre minutes pour parcourir la distance de 5^{cm} à 10^{cm}. Parfois, avant d'atteindre la pointe positive, le globule éclate en deux ou

plusieurs globules lumineux, qui continuent individuellement leur route vers la pointe positive.

» En développant la plaque, on y trouve tracée la route suivie par le globule, le lieu d'éclatement, les routes des globules résultant de la division, l'effluve autour de la pointe positive; enfin, si l'on arrête l'expérience avant l'arrivée du globule à la pointe positive, la photographie ne donne la route que jusqu'au point d'arrêt.

» Le globule semble rendre son trajet conducteur. Si, pendant le voyage du globule, on projette une poudre sur la plaque, du soufre par exemple, le trajet suivi par le globule est marqué par une ligne de petites aigrettes, présentant l'aspect d'un chapelet lumineux.

» L'expérience réussit sur une plaque voilée par la lumière, laquelle ne communique pas à la couche sensible la conductibilité que le globule lumineux produit sur son trajet.

» Les étincelles globulaires décrites par G. Planté (1) et A. Righi (2) sont, par leur mode de production et par leurs caractères, très différentes de celles qui sont étudiées dans cette Note.

» De tous les phénomènes électriques connus, celui-ci semble présenter le plus d'analogie avec la foudre globulaire. »

PHYSIOLOGIE. — *Oscillations nerveuses, leur fréquence.* Note de M. **Aug. Charpentier**, présentée par M. d'Arsonval.

« La méthode que j'ai employée pour mesurer la vitesse de propagation des oscillations provoquées dans le nerf, par l'excitation unipolaire, m'a permis de faire un pas de plus dans l'analyse de ce phénomène.

» Les faits que j'ai décrits jusqu'ici pourraient être interprétés physiologiquement en les rattachant à la grande loi de l'inexcitabilité périodique, posée par Marey depuis ses belles recherches sur le cœur, et qui tend aujourd'hui à se généraliser aux divers appareils musculo-nerveux. En effet, nous avons vu une excitation simple et bien limitée, comme le courant unipolaire bref, amener dans le nerf un état tel que, si l'on fait agir sur lui une seconde excitation semblable un certain temps déterminé après la première, cette seconde excitation reste inefficace.

(1) *Comptes rendus*, 19 août 1878.
(2) *Éclairage électrique*, 1896.

» Mais nous avons constaté en outre un fait nouveau, c'est que cet état particulier du nerf se transmet au delà du point excité, avec une certaine vitesse que nous avons mesurée et qui est précisément celle de l'influx nerveux lui-même.

» Reste un dernier phénomène à ajouter aux précédents, c'est que cet état du nerf se renouvelle périodiquement; en d'autres termes, que l'excitation crée dans le nerf un *état oscillatoire*.

» En effet, conservons le dispositif expérimental décrit dans ma dernière Note (26 juin 1899) et à l'aide duquel on peut envoyer, à deux points différents du nerf, deux excitations brèves, se suivant de très près à des intervalles variables; seulement nous ne changerons rien à la position des électrodes sur le nerf, et nous nous contenterons d'augmenter graduellement le temps compris entre les deux excitations; nous verrons alors que l'interférence se produit, non seulement pour un intervalle de temps déterminé, mais encore pour un second intervalle plus grand, et souvent ainsi pour plusieurs intervalles successifs, séparés les uns des autres par des périodes de reprise de la contraction. Il est évident que *la différence de ces intervalles successifs donne directement la valeur de la durée d'une oscillation nerveuse complète.*

» Bien que cette mesure soit délicate, j'ai pu la faire pour les deux premiers intervalles. J'ai trouvé entre eux des différences comprises entre $\frac{1}{670}$ et $\frac{1}{800}$ de seconde. Leur moyenne est $\frac{1}{747,5}$, ou $0'',00134$.

» Admettons cette valeur encore provisoire, et rapprochons-la de celle qui a été trouvée précédemment pour la vitesse de propagation : le produit de cette vitesse par la durée d'une oscillation nous donnera la longueur d'onde dans le nerf. On a

$$26^{m},43 \times \frac{1}{747,5} = 0^{m},035.$$

La demi-longueur d'onde est, d'après cela, de $17^{mm},5$ environ.

» Or, nous avons vu, dans nos premières expériences sur les excitations faradiques unipolaires (voir Note du 12 juin), que la demi-longueur d'onde appréciée directement sur le nerf par une tout autre méthode était voisine de 2^{cm} (et j'aurais dû dire un peu inférieure). Il s'agit donc bien, dans un cas comme dans l'autre, du même phénomène : l'excitation instantanée et limitée d'un nerf détermine, dans ce nerf, des oscillations d'une fréquence voisine de 750 par seconde.

» Ces oscillations sont bien, tout nous l'indique, de nature nerveuse. Sont-elles en même temps de nature électrique? Cela est rendu bien probable par la comparaison des résultats précédents avec les mesures faites par Bernstein sur la variation négative des nerfs : d'après ce physiologiste, la variation négative du courant d'action qui se produit à la suite de toute excitation nerveuse (Du Bois-Reymond) durerait de $\frac{5}{10\,000}$ à $\frac{8}{10\,000}$ de seconde et se propagerait avec une vitesse de 27^{m} à 28^{m}.

» Or, cette durée correspond bien à celle d'une *demi-oscillation* nerveuse

(période négative de notre oscillation); la moyenne serait, en effet, $\frac{6,5}{10\,000}$ pour le phénomène de Bernstein et $\frac{6,7}{10\,000}$ de seconde pour le nôtre. La vitesse de propagation est aussi sensiblement la même dans les deux cas.

» Si cette identité se confirme, ce sera le premier pas décisif vers la démonstration expérimentale de cette idée que l'influx nerveux est réellement de nature électrique, idée déjà rendue hautement probable par l'ensemble des travaux de M. d'Arsonval.

» Indépendamment de sa portée théorique, notre méthode constituerait aussi un nouveau moyen d'étude de la variation négative, ou plutôt des courants d'action des nerfs. Elle aurait l'avantage de ne pas exiger de lésion du nerf pour déceler les manifestations électriques de son activité.

» Quoi qu'il en soit, il n'est pas sans importance de constater objectivement dans le nerf moteur le phénomène que j'ai déjà découvert dans la rétine, et qui a été retrouvé par MM. André Broca et Richet dans l'écorce motrice du cerveau : la production d'oscillations dans un appareil nerveux à la suite de son excitation. Le rythme seul diffère suivant l'appareil envisagé. »

PHYSIQUE. — *Sur la nature et la cause du phénomène des cohéreurs* [1]. Note de M. **Thomas Tommasina**, présentée par M. A. Cornu.

« Des expériences conduites systématiquement dans le but d'élucider le phénomène des variations de conductibilité des limailles métalliques et en général des poudres des corps conducteurs quelconques, sous l'action des courants induits par les ondes électriques, me permettent d'établir les conclusions suivantes :

» 1. L'augmentation de la conductibilité électrique des limailles est la conséquence de la formation de chaînes rendues conductrices, par des adhérences entre grain et grain.

» 2. La formation des chaînes dépend de l'orientation de ces corpuscules conducteurs suivant les lignes de force du champ électrique constitué par la différence de potentiel entre les deux électrodes.

» 3. Les adhérences conductrices sont la conséquence de l'échauffement des très petits contacts produit par l'éclatement d'une série d'étincelles.

---

[1] Genève, laboratoire de l'Université.

» On pourrait, à la rigueur, déduire ces conclusions de mes précédentes Notes; mais je pense pouvoir leur donner une base solide par les faits nouveaux que je vais signaler.

» *Formation instantanée de chaînes verticales sans aucun contact préalable entre les électrodes et la limaille.* — Ces chaînettes, que j'appellerai d'*auto-formation,* se produisent moins facilement dans l'air que dans les liquides diélectriques. Dans l'air, il faut empêcher les fortes décharges disruptives, car dans ces recherches j'opérais avec le courant induit d'une bobine de Ruhmkorff de grande dimension, pouvant donner des étincelles de 35^{cm} de long. Il suffit pour cela d'intercaler une large planchette de bois horizontale d'une épaisseur suffisante entre les électrodes, et placer la limaille sur la planchette, les électrodes étant maintenues à une certaine distance. En faisant les interruptions à la main, on voit à chaque décharge la chaîne se former immédiatement et rejoindre l'électrode qui se trouve du même côté.

» Dans l'eau distillée, j'ai pu voir se produire des chaînettes d'*auto-formation* de plus de $0^{m},20$ de long, en laissant agir l'interrupteur de la bobine. Dans ce cas, la formation n'est pas instantanée, mais la chaîne emploie moins d'une seconde pour arriver à adhérer à l'électrode supérieure. Si l'on diminue le courant en laissant les électrodes à la même distance, on voit se former et monter verticalement une quantité de chaînettes qui semblent concourir, en s'efforçant par des élans rapides, à rejoindre le but. En augmentant graduellement l'intensité du courant, l'une des chaînes peut atteindre l'électrode et y adhérer. L'effet immédiat est de faire tomber en fragments toutes les autres chaînettes et de faire cesser tout mouvement dans la limaille. La chaîne conductrice reste formée et ne se détruit pas, même par des secousses très violentes; mais si l'on interrompt le courant, le plus léger choc suffit.

» Ayant mis un peu de limaille au fond d'un tube de verre, en forme de V, rempli d'eau distillée, et ayant disposé les électrodes à une distance de $0^{m},15$, dans les deux branches du tube, j'ai pu observer le même phénomène, mais en double, c'est-à-dire qu'il se produisit, en partant de la limaille, dans chaque branche. Les électrodes étant sorties de l'eau et des étincelles éclatant sur le liquide, les chaînettes se forment comme auparavant et chacune se prolonge jusqu'à peu de distance des points frappés par les décharges.

» Dans l'obscurité, on voit des séries de petites étincelles alignées qui forment de vraies chaînes lumineuses, dont la longueur dépend de l'intensité du courant. Au sommet de toutes ces chaînettes en formation, on voit une sorte d'effluve qui produit un vif mouvement dans la limaille; mais lorsque la chaîne conductrice réunissant les électrodes est bien établie, tout mouvement et toute étincelle cessent.

» *Fantômes ou spectres des lignes de force électriques par les chaînes de limaille dans l'eau distillée.* — La production de chaînes entre deux décharges disruptives m'ayant fait entrevoir la possibilité de rendre visibles les lignes de force d'un champ électrique au moyen des limailles, j'y suis parvenu de la façon suivante. Dans un récipient très large et à fond plat, j'ai étalé de la limaille d'argent, recouverte d'une couche d'eau distillée de 3^{mm} à 4^{mm} d'épaisseur seulement. Deux fils d'aluminium, renfermés dans deux tubes de verre, étaient placés obliquement et s'écartaient à leur partie supérieure, pour empêcher les décharges; les autres extrémités, sortant à peine de quelques

millimètres des tubes, étaient recourbées de façon à être verticales dans l'eau et touchaient le fond du vase. Sous l'action d'un courant moins intense que dans les expériences précédentes, j'ai vu tout de suite rayonner des deux pointes d'aluminium, constituant les électrodes, une quantité de chaînettes qui s'alignaient selon des courbes parfaitement identiques à celles des limailles de fer des fantômes magnétiques. Mais dès que la chaîne conductrice entre les électrodes était formée, il semblait en résulter l'arrêt de la formation des autres; pour obtenir le spectre complet, j'ai dû rompre continuellement avec une baguette en verre la chaîne conductrice, car elle se reformait chaque fois immédiatement. En aspirant l'eau avec une pipette et en faisant évaporer le reste, j'ai pu conserver le spectre électrique ainsi obtenu.

» Si, pendant cette expérience, on fait l'obscurité, et si, après avoir augmenté le courant, on donne au récipient un mouvement oscillatoire, on observe un certain nombre de lignes de force qui se dessinent par des chaînes lumineuses.

» Ces expériences font voir sous une forme agrandie ce qui doit se passer dans le champ très limité du cohéreur. »

MAGNÉTISME. — *Sur la position des points de transformation magnétique des aciers au nickel.* Note de M. L. **Dumas**, présentée par M. A. Cornu.

« Les travaux de MM. J. Hopkinson, H. Le Chatelier, Ch.-Ed. Guillaume, Osmond, ont déterminé la position des points de transformation magnétique des alliages de fer et de nickel. Lorsque la teneur en nickel est voisine de 25 pour 100, le point de l'échelle des températures où commence à apparaître le magnétisme, pendant le refroidissement, est peu éloigné de 0° : il se relève rapidement, soit que la teneur en nickel diminue (alliages dénommés par M. Guillaume *irréversibles*), soit qu'elle augmente (alliages réversibles).

» Nous avons été amenés à constater que les aciers au nickel ayant la composition suivante : $C = 0{,}6$ à $0{,}8$, $Mn = 0{,}5$, $Ni = 20$ à 25, $Cr = 2$ à 3 pour 100, ne sont pas magnétiques à la température ordinaire, et ne se transforment pas sous l'influence du refroidissement, même après l'immersion dans l'air liquide [1].

» Cette constatation a été le point de départ de nos recherches [2].

---

[1] Grâce à l'obligeant intermédiaire de M. Guillaume, M. le professeur J. Dewar a bien voulu faire cette expérience en mai et juin 1897 sur trois échantillons : l'un d'eux a subi la transformation magnétique.

[2] La Société de Commentry-Fourchambault nous a chargé de la direction de ces recherches, qui ont été faites à l'usine d'Imphy par les soins de MM. Adenot, directeur; Girin, ingénieur principal; Dauphin, Gineste et Coupeaud, ingénieurs.

Nous avons préparé des échantillons dont nous donnons ci-après les analyses, suivies de l'état magnétique à la température ordinaire + 15°, dans la neige carbonique — 78°, et pour quelques-uns dans l'air liquide — 188° (¹). Pour plus de clarté, nous groupons les teneurs en nickel voisines. Dans chaque groupe, nous classons les échantillons par ordre de teneur en carbone :

	Composition chimique pour 100.				Magnétisme		
	Carbone.	Silicium.	Manganèse.	Nickel.	à + 15°.	à — 78°.	à — 188°.
I.	1,37	0,41	2,71	10,00	très faible	très faible	permanent
II.	0,07	0,25	1,45	15,48	très fort	très fort	
	0,19	0,12	0,73	14,55	très fort	très fort	
	0,73	0,38	0,41	15,92	très faible	permanent	
	1,03	0,37	1,22	14,44	nul	permanent	
	1,13	0,38	1,89	15,88	nul	nul	permanent
	1,36	0,55	2,07	14,80	nul	nul	
III.	0,15	0,15	0,31	24,06	très faible	très fort	
	0,34	0,22	0,51	24,04	très faible	très fort	
	0,41	0,23	0,11	24,05	nul	permanent	
	0,64	0,27	0,88	24,61	nul	nul	non permanent
	0,85	0,47	1,41	23,35	nul	nul	
IV.	0,39	0,23	0,43	25,38	nul	permanent	
	0,62	0,41	0,80	25,45	nul	non permanent	
V.	0,23	0,17	0,18	27,12	nul	permanent	
	0,25	0,14	0,36	27,72	très faible	non permanent	permanent

» L'examen du Tableau (²) nous amène aux conclusions qui suivent :

» 1° La position du point de transformation magnétique ne dépend pas exclusivement de la teneur en nickel ; dans chaque groupe, les points de transformation sont répartis sur l'échelle des températures entre des limites éloignées de plusieurs centaines de degrés.

» 2° Dans chaque groupe, le point de transformation peut être abaissé par des additions de carbone et de manganèse, ce qui permet d'obtenir

(¹) C'est à la grande obligeance de M. d'Arsonval que nous devons d'avoir pu donner à nos expériences l'extension très intéressante dont les résultats sont consignés dans la dernière colonne du Tableau. Nous lui en exprimons notre vive gratitude.

(²) M. Osmond, poursuivant ses remarquables travaux sur les modifications allotropiques du fer, a eu recours au refroidissement dans l'air liquide. Il a signalé récemment (*Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 1395, 5 juin 1899) deux aciers à 29,07 et 3,77 pour 100 de nickel qui deviennent magnétiques dans l'air liquide. Il a, de plus, démontré que, dans l'austénite, le carbone seul, sans aucun auxiliaire, abaisse le point de transformation du fer bien loin au-dessous de 0°. Ces résultats sont confirmés et généralisés par nos propres constatations.

des aciers non magnétiques à basse température, même avec des teneurs en nickel très faibles.

» 3° Certains aciers de teneur en nickel supérieure à 24 pour 100 ont acquis, par le refroidissement, un magnétisme non permanent, c'est-à-dire qui ne subsiste pas à la température ordinaire (réversibles de M. Guillaume); d'autres, faisant partie des mêmes groupes, ont acquis par le refroidissement le magnétisme permanent (irréversibles). L'un des échantillons possède même cette propriété remarquable d'être successivement non magnétique à + 15°, magnétique non permanent à — 78°, magnétique permanent à — 188°.

» 4° L'influence du carbone est nettement prépondérante; quelques millièmes de cet élément suffisent pour amener le point de transformation dans le voisinage de — 188°, tandis que celui des alliages de fer et de nickel, qui sont d'ailleurs toujours un peu carburés, ne descend jamais au-dessous de 0°. Les proportions de manganèse sont assez faibles pour que l'influence de cet élément puisse être considérée comme négligeable, relativement à celles du carbone et du nickel. Le manganèse a été introduit pour favoriser la dissolution du carbone et éviter sa précipitation à l'état de graphite.

» Le chrome est un dissolvant du carbone plus énergique encore que le manganèse, il a une action très favorable sur la ductilité à chaud et à froid, c'est ainsi que nous avons été amenés à préparer un certain nombre d'échantillons d'acier au nickel contenant des proportions variées de chrome :

	Composition chimique pour 100.					Magnétisme		
	Carbone.	Silicium.	Chrome.	Manganèse.	Nickel.	à + 15°.	à — 78°.	à — 188°.
VI.	0,36	0,47	14,4	0,60	0,9	très fort	très fort	très fort
VII.	0,52	0,24	2,83	0,59	4,95	très fort	très fort	
	1,14	»	3,12	0,93	5,05	très faible	très faible	
	2,13	0,54	3,92	5,05	4,96	nul	nul	
VIII.	1,77	0,40	3,19	2,78	7,28	nul	nul	nul
IX.	0,31	0,42	2,92	0,46	10,20	très fort	très fort	
	0,73	0,58	2,70	0,61	12,04	nul	permanent	
	1,10	0,34	3,55	0,91	13,34	nul	nul	nul
X.	0,07	0,23	2,74	0,96	17,24	très fort	très fort	
	0,19	0,31	0,98	0,26	17,50	très fort	très fort	
	0,29	0,30	9,05	0,13	15,50	nul	nul	nul
	0,33	0,21	2,83	0,60	15,08	nul	permanent	
	0,40	0,47	1,75	0,63	16,06	nul	permanent	
	0,50	0,24	1,77	0,53	16,68	nul	permanent	
	0,53	0,35	3,02	0,82	16,05	nul	nul	nul
	0,71	0,58	2,02	1,17	16,16	nul	nul	

	Composition chimique pour 100.					Magnétisme		
	Carbone.	Silicium.	Chrome.	Manganèse.	Nickel.	à + 15°.	à — 78°.	à — 188°.
XI.	0,10	0,21	0,43	0,32	21,84	très fort	très fort	
	0,27	0,23	0,56	0,45	22,08	très fort	très permanent	
	0,28	0,29	0,59	0,36	23,06	nul	permanent	
	0,30	0,23	0,53	0,27	23,73	nul	permanent	
	0,31	0,25	5,29	0,23	24,20	nul	nul	non permanent
	0,45	0,35	0,28	0,66	24,26	nul	nul	permanent
XII.	0,63	0,94	2,53	0,41	27,16	très faible	non permanent	non permanent
XIII.	0,11	0,23	9,87	0,70 fer (1)	1,65	nul	nul	non permanent
	0,46	0,52	9,40	1,72 fer	1,75	nul	nul	non permanent
	0,96	0,49	9,62	1,45 fer	1,45	nul	nul	non permanent

» L'action du carbone reste prépondérante dans la plupart des échantillons composant ce Tableau, mais elle paraît nulle lorsque le nickel remplace à peu près complètement le fer. Par contre, le chrome n'abaisse pas le point de transformation des aciers à très faible teneur en nickel, mais il abaisse considérablement celui des aciers au nickel à forte teneur, et notamment celui des aciers au nickel sans fer ou pouvant être considérés comme tels.

» Le magnétisme acquis par le refroidissement est encore, comme celui des aciers non chromés, soit permanent, soit non permanent. Quatre échantillons, dont les teneurs en nickel diffèrent notablement, mais qui sont très fortement chromés, sont restés non magnétiques, même dans l'air liquide. L'abaissement le plus considérable du point de transformation a été obtenu par l'action combinée du carbone et du chrome. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le dosage volumétrique du zinc* (2). Note de M. **Pouget**, présentée par M. Troost.

« Plusieurs méthodes ont été proposées pour le dosage volumétrique du zinc (3) :

» 1° *Schaffner* précipite le zinc en solution ammoniacale avec une liqueur titrée de sulfure de sodium; la fin de la réaction est indiquée, soit par la coloration noire que prend le sesquioxyde de fer précipité mis en suspension dans la liqueur, soit par

(1) La teneur en nickel s'obtient par différence.

(2) Laboratoire de Chimie de la Faculté des Sciences de Rennes.

(3) J. Post, *Traité d'Analyse chimique*, p. 331.

des essais à la touche sur des papiers imprégnés de solutions métalliques donnant avec le sulfure de sodium un précipité noir;

» 2° *Fahlberg* précipite le zinc en solution acide avec une liqueur titrée de ferrocyanure de potassium. La réaction est terminée lorsqu'une goutte du liquide soumis à l'essai donne avec une goutte d'azotate d'urane une coloration rouge brun;

» 3° *Schwarz* précipite le zinc en solution ammoniacale par le sulfure de sodium; le sulfure de zinc précipité est lavé et mis en digestion avec une solution de chlorure ferrique qui le décompose d'après l'équation

$$ZnS + Fe^2Cl^6 = ZnCl^2 + S + 2FeCl^2,$$

la quantité de sel ferreux formé est déterminée avec une solution titrée de permanganate.

» Dans la première méthode, qui est la plus répandue, la liqueur titrée de sulfure de sodium est tellement altérable qu'il est nécessaire d'en prendre le titre chaque jour, ou avant chaque série d'essais. De plus, si on se sert de sesquioxyde de fer comme indicateur, la fin de la réaction est difficile à saisir; dans le cas contraire, cette méthode présente les mêmes inconvénients que la seconde.

» Dans celle-ci, la liqueur titrée est très stable, mais la fin de la réaction est indiquée par des essais à la touche qui rendent l'analyse très longue, lorsqu'on n'a aucune donnée sur la proportion de zinc contenue dans la liqueur à analyser.

» L'inconvénient le plus grave de la troisième méthode réside dans le lavage du sulfure de zinc : c'est une opération longue et difficile.

» De plus, la décomposition du sulfure de zinc par le perchlorure de fer ne se fait bien qu'en liqueur chlorhydrique, ce qui peut entraîner des pertes; et le dosage du fer en solution chlorhydrique par le permanganate est toujours délicat.

» La méthode que j'ai utilisée pour le dosage du zinc est celle que MM. Rollet et Campredon emploient pour le dosage du soufre (1).

» La dissolution de zinc est précipitée par l'hydrogène sulfuré; le sulfure de zinc est mis en contact avec un volume connu et en excès d'une liqueur titrée d'iode qui le décompose d'après l'équation

$$ZnS + 2I = ZnI^2 + S;$$

la réaction est complète au bout de quelques minutes; on mesure l'excès d'iode avec une liqueur titrée d'hyposulfite de soude, en se servant d'empois d'amidon comme indicateur. La fin de la réaction se fait donc avec la plus grande netteté.

» Mais la méthode ne peut être pratique que *si l'on évite la filtration et le lavage du sulfure de zinc;* j'arrive à ce résultat par le mode opératoire suivant, c'est celui qui m'a donné les meilleurs résultats :

---

(1) CAMPREDON, *Guide pratique du chimiste métallurgiste,* p. 557.

» A la solution acide de zinc j'ajoute d'abord de l'acétate de sodium (20^{cc} de solution à 10 pour 100, pour $0^{gr},1$ de zinc), puis de l'ammoniaque goutte à goutte jusqu'à ce qu'il se forme un précipité persistant, et enfin un excès d'une solution saturée d'hydrogène sulfuré (100^{cc} pour $0^{gr},1$ de zinc).

» La liqueur ainsi préparée est portée à l'ébullition *jusqu'à ce que toute trace d'hydrogène sulfuré ait complètement disparu :* ce résultat est généralement atteint après trois quarts d'heure d'ébullition; il n'y a d'ailleurs aucun inconvénient à la prolonger plus longtemps.

» Après refroidissement, j'ajoute au liquide un volume exactement mesuré avec une pipette d'une solution titrée d'iode, le sulfure de zinc se décompose très rapidement pourvu que la quantité d'iode soit suffisante; au bout de quelque temps, le soufre nage dans la liqueur brune mais parfaitement limpide. Il n'y a plus qu'à mesurer l'excès d'iode : je verse avec la burette la solution titrée d'hyposulfite jusqu'à ce que la liqueur ait une teinte jaune très faible; à ce moment, je sensibilise par quelques gouttes d'amidon et je continue à verser l'hyposulfite jusqu'à disparition de la teinte bleue.

» Dans mes essais, je me suis servi de solutions normales d'iode et d'hyposulfite. Dans la plus mauvaise des déterminations l'erreur est encore inférieure à $\frac{1}{100}$.

» Dans cette méthode, la filtration et le lavage du sulfure de zinc sont remplacés par une opération ne nécessitant aucune surveillance; les liqueurs titrées sont de bonne conservation, leur titre est d'ailleurs facile à vérifier; la réaction finale est très nette et s'opère dans la liqueur essayée. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la préparation et les propriétés des arséniures de strontium, de baryum et de lithium* [1]. Note de M. **P. Lebeau**, présentée par M. Henri Moissan.

« Nous avons fait connaître, dans une précédente Communication [2], un moyen de préparer l'arséniure de calcium As^2Ca^3 par la réduction de l'arséniate de calcium par le charbon à la température du four électrique. L'application de ce procédé nous a permis d'obtenir également les arséniures de strontium, de baryum et de lithium.

» *Arséniure de strontium* As^2Sr^3. — L'arséniure de strontium n'avait pas encore été préparé jusqu'ici.

» On fait un mélange intime d'arséniate de strontium et de charbon, que l'on agglomère en petits cylindres, ainsi que nous l'avons indiqué pour l'arséniure de calcium. Les proportions employées sont les suivantes :

Arséniate de strontium	100 parties
Coke de pétrole pulvérisé.........	18 »

---

(1) Ce Travail a été fait au laboratoire de M. Moissan, à l'École de Pharmacie.

(2) P. Lebeau, *Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 95.

» La durée de la chauffe est de trois minutes pour un courant de 950 ampères sous 45 volts. Le mélange est placé soit dans un creuset, soit dans un tube de charbon fermé à l'une de ses extrémités. On obtient une matière fondue, à cassure cristalline, d'un rouge brun plus ou moins foncé. Le produit est introduit aussitôt que possible dans des flacons bien bouchés ou mieux dans des tubes scellés.

» L'analyse nous a montré que cette matière est formée d'arséniure de strontium fondu As^2Sr^3 mélangé d'un peu de carbure et de graphite. Les chiffres ci-dessous expriment le rapport du strontium à l'arsenic, déduction faite de la petite quantité de carbure de calcium qui s'est formée en même temps et qu'il est presque impossible d'éviter :

	I.	II.	III.	Théorie pour As^2Sr^3.
Sr pour 100.......	62,83	63,13	62,97	63,62
As »	37,17	36,88	37,03	36,36

» L'aspect de l'arséniure de strontium n'est pas sensiblement différent de celui de l'arséniure de calcium. Comme ce dernier il est transparent sous le microscope et présente une coloration rouge brun. La densité à 15° = 3,6.

» Le fluor réagit à froid avec incandescence et produit des fumées blanches de fluorure d'arsenic. Le chlore l'attaque avec production d'une incandescence vive à 160°. Dans le brome, la réaction s'effectue au-dessus de 200°. Il brûle également dans la vapeur d'iode surchauffée.

» L'oxygène et la vapeur de soufre donnent lieu à une combustion vive au-dessus du rouge sombre.

» Le carbone le décompose à la température du four électrique et le transforme intégralement en carbure de strontium. Cette réaction montre combien la durée de la chauffe peut influer sur la pureté de l'arséniure.

» L'eau réagit sur ce composé comme sur l'arséniure de calcium; il se produit de l'hydrate de strontium et de l'hydrogène arsénié.

» L'arséniure de strontium réduit la plupart des oxydes métalliques et est violemment détruit par les oxydants. Ces réactions sont en tous points comparables à celles de l'arséniure de calcium.

» *Arséniure de baryum :* As^2Ba^3. — La préparation de l'arséniure de baryum a été tentée seulement par Soubeiran [1], qui a fait réagir les vapeurs d'arsenic et l'hydrogène arsénié sur la baryte : « Dans ces expériences, dit-il, la baryte devient noire et » il se fait de l'arséniate et de l'arséniure de baryum. La décomposition est toujours » très imparfaite et des parcelles d'oxyde obéissent seules à l'action décomposante de » l'arsenic. » Nous n'avons eu connaissance d'aucun travail publié depuis cette époque, sur les arséniures alcalino-terreux.

» Nous avons utilisé, pour la préparation de l'arséniure de baryum, le mélange suivant :

Arséniate de baryum........................	70	parties.
Coke de pétrole...........................	10	»

(1) SOUBEIRAN, *Mémoires sur les arséniures d'hydrogène* (*Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XLIII, p. 412).

» La durée de la chauffe au four électrique est environ de trois minutes pour un courant de 950 ampères sous 45 volts. On observe les mêmes précautions que dans le cas des arséniures de calcium et de strontium. Le produit fondu que l'on obtient est de l'arséniure de baryum sensiblement pur répondant à la formule As^2Ba^3. Il nous a été possible d'obtenir un échantillon à peu près pur, ne renfermant que des traces de carbure, qui nous a permis d'établir directement la formule de ce composé :

	I.	II.	Théorie pour As^2Ba^3.
Ba pour 100	72,65	72,80	73,27
As »	24,98	25,32	26,73

» L'arséniure de baryum présente une coloration un peu plus foncée que les deux autres arséniures alcalino-terreux. Au microscope, sa coloration est sensiblement la même. Il paraît plus fusible et donne une masse plus compacte.

» Sa densité à 15° = 4,1. Les propriétés chimiques de ce composé sont tout à fait comparables à celles des arséniures de calcium et de strontium, quoique nettement plus énergiques. Il brûle à froid dans le fluor, le chlore et même le brome. Un fragment d'arséniure de baryum, projeté dans le brome, s'enflamme, tournoie à la surface du liquide en donnant une incandescence très vive.

» Dans l'oxygène, il brûle vers 300° et dans la vapeur de soufre au-dessous du rouge sombre. L'eau le décompose rapidement à froid en donnant de la baryte hydratée et de l'hydrogène arsénié. D'une façon générale, cet arséniure présente une activité chimique plus grande que les arséniures de calcium et de strontium.

» *Arséniure de lithium :* $AsLi^3$. — Nous avons songé à utiliser ce mode de préparation des arséniures à l'obtention des arséniures alcalins.

» Les arséniures de potassium et de sodium semblent bien se former lorsque l'on chauffe le mélange de l'arséniate ou de l'arsénite alcalin avec le charbon, au four électrique; mais l'instabilité des composés obtenus et aussi l'action désagrégeante exercée par les composés du sodium ou du potassium sur les récipients de charbon, que l'on est obligé d'employer, nous ont fait abandonner ce moyen de les préparer. Il nous a été possible cependant d'obtenir l'arséniure de lithium.

» L'arséniate de lithium, bien sec, a été mélangé de charbon de sucre finement pulvérisé dans les proportions suivantes :

Arséniate de lithium sec	160 parties
Charbon de sucre	40 »

» Ce mélange a été aggloméré en petits cylindres et disposé dans des creusets de charbon munis de couvercles. Lorsque la chauffe était d'une durée supérieure à trois minutes, il y avait presque toujours volatilisation complète de la matière. En diminuant progressivement le temps de chauffe, nous avons pu réaliser la réduction totale de l'arséniate, sans volatilisation notable. La durée de la chauffe était de deux minutes à deux minutes et demie pour un courant de 950 ampères sous 45 volts.

» On obtient un produit fondu à cassure cristalline, d'un brun foncé, qui est un arséniure de lithium ne contenant comme impureté que du carbure de lithium et du charbon. Un échantillon ne renfermant qu'une très faible quantité de carbure nous a

fourni les résultats analytiques suivants, qui nous ont permis de donner pour ce composé la formule de $AsLi^3$:

	I.	II.	III.	Théorie pour $AsLi^3$.
As	77,81	77,42	78,07	78,13
Li............	20,93	20,82	20,98	21,87
Insoluble	2,01	2,56	2,12	

» L'arséniure de lithium est un corps transparent lorsqu'on l'examine au microscope sous une faible épaisseur. Il présente alors une coloration brun rouge.

» Le fluor, le chlore et le brome le détruisent à froid avec incandescence. Il suffit de le broyer avec de l'iode dans un mortier pour qu'il y ait aussi à froid une réaction très vive.

» Sa combustion dans l'oxygène a lieu au-dessous du rouge avec une vive lumière violacée. L'arséniure de lithium décompose l'eau très rapidement et donne de l'hydrogène arsénié en même temps qu'une petite quantité d'un produit floconneux brun. Le gaz renferme presque toujours un peu d'acétylène et d'hydrogène libre.

» Les oxydants réagissent très énergiquement sur ce composé, et il suffit de le projeter dans l'acide nitrique fumant pour le voir brûler avec éclat, la réaction peut même être dangereuse et donner lieu à des projections. La plupart des oxydes métalliques sont facilement réduits à basse température.

» *Conclusions.* — En résumé, nous avons préparé, par la réduction des arséniates alcalino-terreux par le charbon, à la température du four électrique, les arséniures de calcium, de strontium et de baryum.

» Ces composés se rattachent bien, par leurs formules et leurs propriétés, aux azotures et aux phosphures de cette série, obtenus à l'état de pureté par M. Henri Moissan.

» L'action de l'eau, par exemple, mérite d'être rapprochée :

$$Az^2Ca^3 + 6H^2O = 3Ca(OH)^2 + 2AzH^3,$$
$$Ph^2Ca^3 + 6H^2O = 3Ca(OH)^2 + 2PhH^3,$$
$$As^2Ca^3 + 6H^2O = 3Ca(OH)^2 + 2AsH^3.$$

» Enfin, seul parmi les arséniures alcalins, l'arséniure de lithium présente assez de stabilité pour être préparé au four électrique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Étude de l'oxymethylène-cyanacétate de méthyle et de quelques-uns de ses homologues* ([1]). Note de M. **E. Grégoire de Bollemont.**

« M. L. Claisen ([2]) considère les dérivés oxyméthyléniques du type de

---

([1]) Travail fait à l'Institut de Nancy, au laboratoire de M. Haller.

([2]) *Lieb. Ann.*, t. CCXCVII; 1897.

l'éther oxyméthylène-acétylacétique $C{=}\begin{cases}COR\\CH\,OH\\COO\,C^2H^5\end{cases}$, comme de l'acide formique dans lequel l'oxygène est remplacé par un carbone uni à deux groupements négatifs

$$O = CH\,OH, \qquad \begin{matrix}X\\X\end{matrix}\!\!>C = CH\,OH.$$

» Ces composés se comportent en effet, sous bien des rapports, comme l'acide formique; ce sont de forts acides monobasiques, plus forts que l'acide acétique. L'action négative plus ou moins grande des radicaux X a la plus grande influence sur l'acidité de ces molécules. En substituant au radical $CO^2 - R$ le radical plus négatif C Az, nous devions nous attendre à obtenir des composés présentant un caractère acide plus prononcé que celui des dérivés oxyméthyléniques de M. Claisen. L'expérience est venue à l'appui de cette manière de voir et a confirmé la théorie de M. Claisen.

» *Préparation.* — Les dérivés oxyméthylène-cyanacétiques s'obtiennent facilement par saponification des éthers éthoxy- et méthoxyméthylène-cyanacétiques décrits dans ma précédente Note [1].

» *Propriétés générales.* — Ces composés sont tous légèrement solubles dans l'eau, solubles dans l'alcool et l'éther. Les premiers termes cristallisent facilement. Ils distillent dans le vide avec décomposition, et cette décomposition est plus profonde à mesure que l'on s'élève dans la série. Leurs solutions aqueuses, traitées par le perchlorure de fer, donnent une coloration très intense d'un brun orangé. Cette réaction présente une grande sensibilité. La propriété la plus remarquable de ces dérivés c'est qu'ils constituent de réels acides monobasiques, plus forts que l'acide acétique, pouvant se titrer à l'hélianthine. Ils font effervescence avec les carbonates et déplacent l'acide acétique de ses sels. Traités par l'ammoniaque, ils donnent les dérivés amidés correspondants; l'aniline fournit de même des composés anilidométhylène-cyanacétiques.

» *Oxyméthylène-cyanacétate de méthyle :* $C{=}\begin{cases}C\,Az\\CH\,OH\\COO\,CH^3\end{cases}$. — Quand on traite les alcoyloxyméthylène-cyanacétates d'alcoyles de la forme $R\,OHC = C\begin{cases}C\,Az\\COO\,R^1\end{cases}$ par de l'eau de baryte, on saponifie, non pas le groupe $- COO\,R^1$, mais le complexe alcoyloxyméthylénique $= CH\,OR$ et l'on obtient les sels de baryum des corps $C{=}\begin{cases}C\,Az\\CH\,OH\\CO^2R^1\end{cases}$.

---

[1] *Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 1338; 1899.

En effet, les éthoxy- et méthoxyméthylène-cyanacétates de méthyle

$$C^2H^5O\,CH = C\begin{cases} C\,Az \\ CO^2CH^3 \end{cases}, \qquad CH^3O\,CH = C\begin{cases} C\,Az \\ CO^2CH^3 \end{cases},$$

en présence d'eau de baryte, fournissent un seul et unique sel de baryum

$$\left[C\begin{cases} C\,Az \\ =CH\,O \\ COO\,CH^3 \end{cases} \right]^2 Ba;$$

ce dernier a été décomposé par l'acide sulfurique étendu qui met en liberté le dérivé oxyméthylénique.

» C'est un composé à saveur très acide, à odeur piquante, volatil et fondant à 136°-137°. Des expériences de conductibilité faites sur cet acide et son sel de soude ont montré que l'acide est monobasique, qu'il s'altère au contact de l'eau, mais que son sel de sodium est stable. Son coefficient d'affinité $K = 1{,}505$ permet de le classer parmi les acides organiques forts, compris entre les acides mono- et dichloracétiques.

» *Sel de baryum :* $\left[C\begin{cases} C\,Az \\ =CH\,O \\ COO\,CH^3 \end{cases} \right]^2 Ba.$ – C'est une poudre légèrement colorée en jaune, très peu soluble dans l'alcool et l'éther, soluble à chaud dans l'eau. De cette dissolution aqueuse se séparent, suivant les conditions, différents hydrates. Celui à une molécule d'eau constitue une poudre blanche cristalline qui, chauffée durant quelques heures à 150°, prend une teinte légèrement jaune et donne le sel anhydre.

» *Sel de cuivre :* $\left[C\begin{cases} C\,Az \\ =CH\,O \\ COO\,CH^3 \end{cases} \right]^2 Cu + 2H^2O.$ — Ce sel s'obtient par double décomposition entre le sel de baryum et le sulfate de cuivre. Il cristallise avec deux molécules d'eau. L'hydrate, constitué par de petits cristaux d'un beau vert tendre, chauffé vers 110°, perd facilement son eau de cristallisation et donne le sel anhydre qui est d'un vert plus foncé.

» *Sel d'argent :* $C\begin{cases} C\,Az \\ =CH\,O\,Ag \\ COO\,CH^3 \end{cases}.$ — Ce dérivé cristallise de ses solutions aqueuses en houppes soyeuses. Traité par l'iodure de méthyle il donne le dérivé méthoxyméthylénique correspondant : $C\begin{cases} C\,Az \\ =CH\,O\,Ag \\ COO\,CH^3 \end{cases} + CH^3I = C\begin{cases} C\,Az \\ =CH\,O\,CH^3 \\ COO\,CH^3 \end{cases} + AgI.$

» Il permet ainsi de passer de la série éthoxy- à la série méthoxyméthylénique et réciproquement.

» *Oxyméthylène-cyanacétate d'éthyle :* $C\begin{cases} C\,Az \\ =CH\,OH \\ COO\,C^2H^5 \end{cases}.$ — Ce composé prend naissance dans les mêmes circonstances que l'homologue inférieur en partant des éthers

$$C\begin{cases} CAz \\ CHOR \\ CO^2C^2H^5 \end{cases}$$

. C'est une poudre blanche, fondant vers 67°, et présentant un caractère acide plus faible que le méthyle correspondant. Distillé dans le vide, il donne en majeure partie des produits de décomposition et un peu d'une huile incolore qui cristallise facilement en longues lames transparentes, fondant vers 68°-69° et constituant également l'oxyméthylène-cyanacétate d'éthyle.

» *Oxyméthylène-cyanacétate d'amyle :* $C\begin{cases} CAz \\ CHOH \\ CO^2C^5H^{11} \end{cases}$. — Ce composé n'a été déterminé que par ses sels de baryum et d'argent précédemment étudiés [1]; l'acide libre n'a pu être caractérisé. Quand on cherche à l'isoler, on obtient une huile légèrement colorée, que l'on n'a pas encore réussi à faire cristalliser et qui, par rectification dans le vide, subit une décomposition presque totale. Cette huile, dont les analyses ne sont qu'approchées, jouit cependant des propriétés des dérivés oxyméthylène-cyanacétiques. Elle est acide au tournesol, fait effervescence avec les carbonates, et donne la coloration caractéristique brun orangé avec le perchlorure de fer. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Emploi de la tétrachlorhydroquinone pour la caractérisation et la séparation des acides gras* [2]. Note de M. L. **Bouveault**, présentée par M. E. Grimaux.

« Tandis que les acides aromatiques sont, en général, cristallisés et donnent aisément naissance à des dérivés solides qui peuvent permettre de les purifier, de les caractériser et de les séparer, quand ils sont à l'état de mélange, les acides gras sont, au contraire, presque toujours liquides et ne fournissent que peu de dérivés organiques cristallisés souvent difficiles à obtenir. La plupart des acides gras ne sont caractérisés que par des constantes physiques de liquides, points d'ébullition ou densités, appartenant soit à eux-mêmes, soit à leurs éthers, critérium insuffisant pour distinguer des isomères et même pour indiquer si l'on a affaire à une espèce chimique ou à un mélange.

» J'ai cherché un réactif capable de se combiner à l'acide ou à l'un de ses dérivés immédiats, en donnant un dérivé cristallisé facile à purifier, aisé à décomposer aussi, afin qu'on puisse en régénérer l'acide une fois purifié.

» J'ai essayé successivement les amides, les anilides et paratoluides, les

---

(1) *Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 1339; 1899.

(2) Institut chimique de Lille.

phénylhydrazides : préparés avec des acides purs, ces dérivés sont presque toujours cristallisés ; il semblait donc qu'ils devaient me conduire au but que je m'étais proposé.

» Les amides m'ont semblé être les plus avantageux : on peut les obtenir aisément avec des rendements passables, mais ils sont en général très solubles dans les divers dissolvants, restent facilement en surfusion, ce qui rend leur purification laborieuse, souvent impossible quand on à affaire à un mélange de deux ou trois isomères.

» Les anilides et *p*-toluides se font avec de bons rendements, mais ils possèdent à un degré encore plus fort les inconvénients des amides ; il est de plus très difficile d'en régénérer l'acide.

» Les phénylhydrazides sont très aisés à faire et cristallisent bien, mais dès que le poids moléculaire s'élève, le point de fusion s'abaisse et la solubilité augmente ; la régénération de l'acide est encore plus laborieuse que dans le cas précédent.

» J'ai trouvé en la tétrachlorhydroquinone le réactif cherché ; chauffée avec un excès de chlorure d'acide au réfrigérant à reflux, elle s'y combine en donnant naissance à la fois à un *dérivé diacide* et à un *dérivé monoacide*, suivant les équations

$$C^6Cl^4\left\langle\begin{matrix}OH\\OH\end{matrix}\right. + 2R-COCl = 2HCl + C^6Cl^4\left\langle\begin{matrix}OCO-R\\OCO-R\end{matrix}\right. ,$$

$$C^6Cl^4\left\langle\begin{matrix}OH\\OH\end{matrix}\right. + R-COCl = HCl + C^6Cl^4\left\langle\begin{matrix}OCO-R\\OH\end{matrix}\right. .$$

» Les éthers diacides se sont trouvés cristallisés dans tous les cas que j'ai observés ; ils sont très solubles dans l'éther, le benzène, le chloroforme ; moins solubles dans le pétrole, très peu solubles à froid dans les alcools méthylique et éthylique qui les dissolvent abondamment à chaud, insolubles dans l'eau. Ils sont très faciles à purifier et constituent des composés blancs, très bien cristallisés, très stables, inaltérables à l'air ; les acides et les alcalis étendus sont sans action sur eux ; la potasse alcoolique les dédouble rapidement à chaud ; il est donc très facile d'en régénérer l'acide.

» Tous les acides, susceptibles de donner naissance à des chlorures qui les reproduisent par hydratation, se prêtent à ce mode de caractérisation, les acides non saturés aussi bien que les acides saturés ; je me propose d'étendre la méthode aux acides polybasiques. Elle aura, d'ailleurs, notablement moins d'intérêt pour ces derniers que pour les acides monobasiques, car ils sont actuellement beaucoup plus aisés à caractériser.

» J'ai songé à employer les *dérivés diacides* de la tétrachlorhydroquinone, non seulement pour caractériser les acides, mais même pour effectuer la séparation de leurs mélanges. Le mélange acide est transformé en éthers méthyliques ou éthyliques qui sont soigneusement rectifiés; chacune des portions est ensuite transformée en chlorure diacide, puis en dérivé diacide de la tétrachlorhydroquinone, qui est alors soumis à la cristallisation fractionnée. Des essais faits en petit sur un mélange très complexe, qui se trouve dans les goudrons de bois, m'ont donné des résultats encourageants; je ne doute pas qu'en opérant sur des quantités suffisantes on ne parvienne à séparer complètement ces mélanges.

» Quant aux dérivés mono-acides, ils se séparent aisément des éthers diacides par leur solubilité dans les alcalis étendus; ils sont également cristallisés et seront très utiles pour le contrôle dans le cas de points de fusion identiques ou peu différents; ils sont plus solubles dans les alcools que les dérivés diacides, mais peu solubles dans le pétrole.

» *Préparation des éthers de la tétrachlorhydroquinone.* — Il est très important que la tétrachlorhydroquinone employée soit très pure et tout à fait exempte de trichlorhydroquinone; on a réalisé cette condition en la faisant cristalliser une ou deux fois dans l'acide acétique bouillant.

» On la prépare en réduisant par l'acide sulfureux le chloranile, que l'on trouve très pur dans le commerce ou qu'on peut préparer facilement en oxydant la phénylène-diamine commerciale par l'acide chlorhydrique et le chlorate de potassium. Le chloranile, finement pulvérisé, est mis en suspension dans l'eau qu'on sature d'acide sulfureux. Quand la saturation est terminée, on attend vingt-quatre heures et l'on recommence, et cela deux ou trois fois. Il faut éviter tout échauffement sous peine de faire, en même temps, beaucoup d'hydroquinones moins chlorées, ce que l'on n'évite jamais complètement. Les cristaux sont essorés, lavés, épuisés à l'eau bouillante, qui enlève les hydroquinones moins chlorées, puis, après dessiccation, au benzène bouillant, qui dissout le chloranile inaltéré. Il ne reste plus qu'à faire cristalliser le résidu dans l'acide acétique.

» Pour obtenir le dérivé diacide, on l'introduit, avec trois molécules de chlorure d'acide, dans un ballon muni d'un réfrigérant ascendant et l'on fait bouillir au bain d'huile, tant qu'il se dégage de l'acide chlorhydrique. Le produit se prend en masse par refroidissement; on le reprend par un mélange d'eau et d'éther qu'on additionne de soude étendue en excès. La solution éthérée abandonne le dérivé diacide qui cristallise aussitôt; une cristallisation dans l'alcool méthylique bouillant l'abandonne à l'état de pureté. La solution alcaline acidifiée par l'acide chlorhydrique abandonne le dérivé le plus souvent monoacide, à l'état cristallisé.

» Cette préparation est des plus aisées; avec deux ou trois grammes d'un acide, elle permet d'obtenir deux substances caractéristiques et en quantité suffisante pour l'analyse, à cause du poids moléculaire élevé de la tétrachlorhydroquinone.

» Le *dérivé diacétique*, qui était déjà connu, fond à 245°; le *dérivé dipropionique*

fond à 160°; le *dérivé dibutyrique* fond à 137°; le *dérivé diacide de l'acide α-diméthylisocrotonique* (2-diméthyl-4-buténoïque)

$$CH^2 = CH - \underset{\displaystyle CH^3}{\overset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}} - CO^2H$$

fond à 130°-134°; le *dérivé monoacide du même* fond à 132°.

» Ces recherches sont continuées. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la presence, dans l'organisme animal, d'un ferment soluble réduisant les nitrates* (¹). Note de MM. **E. Abelous** et **E. Gérard**, présentée par M. Armand Gautier.

« Les travaux de M. Armand Gautier ont établi, dès 1881, ces faits importants : 1° que les cellules de l'organisme animal vivent en partie anaérobiquement et donnent naissance à des substances réductrices; 2° que le protoplasma de la plupart des cellules est réducteur et qu'on peut facilement, à son contact durant la vie ou *in vitro*, réduire des solutions étendues d'acide sulfindigotique et de sulfofuchsine, transformer les iodates et bromates alcalins en iodures et bromures, etc.

» D'autre part, Bokorny a démontré que le principe réducteur fixé dans le protoplasma est colloïde, non dialysable, alcalin et qu'il est détruit par les acides.

» Les expériences d'Ehrlich ont mis en évidence que les organes et tissus animaux jouissent d'un pouvoir réducteur inégal vis-à-vis de certaines matières colorantes injectées dans la circulation (bleu d'alizarine, bleu de céruléine). Ce pouvoir réducteur augmente après la mort.

» Enfin Binz a prouvé que le sang, le suc intestinal et certains organes, surtout le foie, peuvent réduire *in vitro* l'acide arsénique.

» Cette action réductrice est-elle suffisamment énergique pour réduire les nitrates alcalins? Ce pouvoir réducteur peut-il être attribué à un ferment soluble?

» Voici les faits observés :

» 1° Si l'on fait une macération de 40gr de rein de cheval pulpé dans 100cc d'eau distillée, qu'on ajoute 8gr de nitrate de potasse pur et du chloroforme pour éviter l'intervention des microrganismes, on constate, après un séjour de douze à quinze heures dans l'étuve à 40°, que le filtrat de cette macération nitratée présente les réac-

(¹) Travail du laboratoire de Physiologie de la Faculté de Médecine de Toulouse.

tions caractéristiques des nitrites (réactions de Trommsdorff en liqueur acétique, de Griess à la métaphénylène-diamine, de Denigès à la résorcine et à l'acide sulfurique).

» 2° Si cette macération nitratée est faite avec de la pulpe rénale préalablement portée à 100°, le résultat est négatif, il n'y a pas trace de nitrite formé.

» 3° Ajoutons qu'on ne trouve pas les réactions de l'acide azoteux dans les macérations non nitratées de pulpe rénale.

» 4° Le rein de veau donne les mêmes résultats que le rein de cheval.

» 5° Si l'on examine, dans les mêmes conditions, le pouvoir réducteur des divers organes du cheval, on constate qu'ils réduisent pour la plupart, mais d'une façon inégale, le nitrate de potasse. D'après les déterminations calorimétriques effectuées à l'aide du réactif de Griess, on peut ranger de la façon suivante les divers organes au point de vue de leur pouvoir réducteur :

1° Foie.
2° Rein.
3° Capsules surrénales.
4° Poumon.
5° Testicule.
6° Intestin.
7° Ovaire et glande sous-maxillaire.
8° Pancréas.
9° Rate.
10° Muscle strié.
11° Cerveau (substance blanche et grise).

» La recherche et la détermination des nitrites ayant été faites non seulement dans des macérations chloroformées, mais aussi dans des liqueurs additionnées de thymol à 1 pour 1000, d'essence de cannelle, d'acide salicylique, etc., on ne saurait attribuer cette réduction, ni à la présence des microrganismes, ni à l'action vitale des cellules.

» Les effets de diverses températures sur le pouvoir réducteur sont de nature à confirmer cette dernière conclusion :

» En effet, si l'on soumet des macérations aqueuses nitratées de pulpe rénale aux températures suivantes : 0°, 20°, 40°, 60°, 72°, 100°, on constate que la quantité de nitrite formé, presque nulle à 0°, s'accroît au delà de cette température ; qu'entre 20° et 40° elle semble passer par un maximum ; qu'à 60°, elle est diminuée et enfin qu'elle est nulle à 72°.

» La courbe qu'on peut ainsi établir est absolument de même nature que la courbe d'activité d'un ferment soluble en fonction de la température.

» La substance réductrice peut-elle être extraite par l'eau de l'organe?

» Si l'on fait un extrait aqueux du rein, par exemple, toujours en présence de chloroforme, qu'on laisse séjourner cette macération pendant vingt-quatre à quarante-huit heures à l'étuve à 40°, on obtient, après filtration, un liquide limpide jouissant du pouvoir réducteur vis-à-vis des nitrates. En effet, si à 100^{cc} d'un tel extrait on ajoute 8^{gr} d'azotate de potasse et qu'on laisse séjourner un certain temps à 40°, toujours en présence d'un antiseptique, on constate qu'il y a formation de nitrite.

» Ainsi les extraits aqueux de rein, privés de tout élément cellulaire,

peuvent réduire les nitrates. Par contre, si ces extraits ont été, au préalable, soumis à la température de 100°, ils n'ont plus aucune action.

» Nous nous sommes assuré que les réactions obtenues étaient bien dues aux nitrites. En effet : 1° l'iodure de zinc amidonné ne donne rien avec les macérations, si l'on ne l'additionne d'acide acétique mettant l'acide azoteux en liberté; 2° le réactif de Griess décèle nettement à froid la présence des nitrites. Il en est de même avec le réactif de Denigès.

» *Conclusions.* — Nous avons donc établi qu'il existe, dans la plupart des organes, quoique en proportion inégale, une substance soluble qui réduit les nitrates. Étant donnés les faits observés, en particulier, sous l'influence de la température, il est vraisemblable que cette substance est de nature diastasique et qu'on a affaire à un ferment soluble réducteur.

» Nous sommes donc naturellement amené à conclure qu'il existe dans l'organisme, tout au moins un ferment soluble susceptible de réduire les nitrates. Nous nous proposons d'exposer dans une prochaine Communication le mécanisme de ces actions réductrices. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur le pouvoir réducteur des urines.* Note de M. **Henri Hélier**, présentée par M. Arm. Gautier.

« Les urines sont réductrices. C'est là une propriété à peine signalée dans les meilleurs traités. Elle a cependant une grande importance, tant pour le médecin que pour le physiologiste, car elle témoigne des oxydations incomplètes faites dans l'économie. En mesurant ce qui peut encore brûler, on a par cela même la mesure de ce qui a déjà été oxydé.

» Voici la méthode que j'emploie :

» 10^{cc} de l'urine à essayer sont additionnés de 10^{cc} d'acide sulfurique concentré. J'y laisse tomber, jusqu'à coloration rose persistante, une solution contenant $6^{gr},36$ de permanganate de potasse par litre et je lis le nombre n de centimètres cubes employés. Ce nombre serait le pouvoir réducteur de l'urine si la concentration de l'urine était normale. J'appellerai *concentration normale* celle d'une urine qui contient 20^{gr} d'urée par litre. L'urine étudiée contenant seulement m grammes d'urée par litre, le pouvoir réducteur sera donné par la formule

$$P = 20 \times \frac{n}{m}.$$

Ce pouvoir réducteur représente donc un certain nombre de centimètres cubes de permanganate et sa mesure nécessite deux opérations : 1° un dosage volumétrique; 2° un dosage d'urée. Ces deux opérations peuvent être faites au lit d'un malade.

» Si l'on examine par cette méthode, au point de vue du pouvoir réducteur, les urines des personnes dites *bien portantes*, on tombe toujours sur des nombres compris entre 12,5 et 15, ce qui est suffisamment constant. Si l'on étudie, au même point de vue, les urines pathologiques, on voit qu'elles peuvent se diviser en deux groupes : celles qui sont plus réductrices que la normale et celles qui sont moins réductrices.

» Dans le premier groupe nous trouvons la plupart des maladies chroniques. Je ne parlerai pas des urines des diabétiques toujours très réductrices, même lorsqu'on a brûlé tout le sucre par la liqueur de Fehling. Dans la tuberculose j'ai trouvé les nombres 22,2, 20,7, 16,3; dans l'anémie 17,1; dans le cancer du pylore 20,6; dans la maladie de Basedow 15,4, 18,66 (¹).

» Dans ces maladies consomptives, on pouvait s'attendre à trouver des urines extrêmement peu réductrices, les recherches d'Albert Robin ayant montré qu'en particulier les tuberculeux font des oxydations incessantes et sans trêve. Il semblerait donc que les combustions doivent être complètes. Il n'en est rien. Ce qui domine dans la tuberculose c'est une désassimilation large et rapide qui chasse de la cellule des substances réductrices, aptes ensuite à être brûlées dans le sang. Mais quelque hâte que les globules sanguins mettent à charrier l'oxygène, il n'y en a jamais assez. Les urines restent très réductrices.

» Dans le rhumatisme articulaire aigu ou subaigu, j'ai trouvé les nombres 15,7, 23,4, 23, 22,1. C'est un fait bien connu, les rhumatisants n'oxydent pas.

» Dans le mal de Bright on trouve 26, 26, 34,2; dans la colique néphrétique 17,9; dans l'insuffisance aortique 20, 21; dans la cirrhose de Laennec 32; dans les urines d'hystérique, après la crise, 43,5. Chez l'hystérique, tout est détraqué, même les oxydations. Enfin dans un cas d'insuffisance aortique où, sous l'influence de la théobromine, il s'est produit une diurèse abondante, le pouvoir réducteur est monté à 62,2. Les produits de désassimilation ont donc été expulsés avant d'avoir pu être brûlés.

» Dans certaines maladies aiguës, au contraire, le pouvoir réducteur des urines semble inférieur à la normale. Dans deux cas de pleurésie, on

---

(¹) Ces urines proviennent des malades du service de M. le professeur Renaut, à l'Hôtel-Dieu de Lyon, qui a bien voulu choisir lui-même des cas types. Qu'il veuille bien recevoir ici mes remercîments.

a trouvé 11,8 et 7,5 ; dans un cas de pneumonie 11,7 ; dans un cas de surmenage 7,3.

» Il ne faudrait pas croire que pour chaque maladie le pouvoir réducteur est caractérisée par un nombre à peu près fixe ; ce pouvoir varie avec le degré de la maladie et il peut servir, comme le thermomètre, à en caractériser la marche.

» Une malade est prise, le 12 avril dernier, de néphrite aiguë. Le 13, le pouvoir réducteur de ses urines est de 5,6; le 26 avril, la malade va mieux, le pouvoir réducteur est seulement de 7. Le 4 mai, la malade se sent tout à fait bien et quitte l'hôpital; le pouvoir réducteur était remonté à 12,3.

» *En résumé,* la mesure du pouvoir réducteur des urines, effectuée d'après la méthode que j'indique, est une opération facile qui mesure le degré des oxydations interstitielles qui se font dans l'économie. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude chimique de l'écorce du* Rhamnus purshiana (Cascara Sagrada), Note de M. **Leprince**, présentée par M. Arm. Gautier.

« Aux corps étudiés par les auteurs, et par nous dans le travail inséré aux *Comptes rendus,* t. CXV, p. 286, il faut ajouter : 1° la chrysarobine; 2° l'acide chrysophanique ([1]); 3° l'émodine.

» On peut mettre ces corps en évidence par plusieurs procédés; celui qui nous a paru préférable est le suivant :

» On traite l'écorce grossièrement pulvérisée par de l'eau distillée contenant 5 pour 100 de soude caustique et l'on acidule la liqueur obtenue; on a ainsi un précipité plus ou moins abondant et une liqueur que l'on évapore dans le vide, ou à une faible température, jusqu'à consistance d'extrait sec. On épuise séparément ces deux extraits, aussi secs que possible, par de l'acétone et l'on précipite par une assez grande quantité d'eau, en enlevant avec soin les particules résineuses qui surnagent, puis l'on filtre.

» On redissout ce précipité dans une nouvelle quantité d'acétone légèrement acidulée, on précipite de nouveau par l'eau et l'on répète ces opérations jusqu'à purification complète.

» On a finalement un précipité jaune cristallin qui contient surtout les corps désignés ci-dessus.

» Pour les séparer, on traite : 1° à froid le précipité par une petite quantité d'acide

([1]) Ce corps a déjà été signalé dans cette écorce par Limousin.

acétique concentré, on précipite la liqueur filtrée par une petite quantité d'eau distillée.

» Le précipité obtenu est dissous dans une petite quantité de benzène bouillant, par refroidissement et évaporation on obtient des lamelles jaune d'or micacées, solubles dans l'alcool surtout à chaud, solubles en jaune dans les alcalis, insolubles dans l'eau et dans l'ammoniaque, solubles en jaune dans l'acide sulfurique concentré, elles fondent à 165°-170°. Ces caractères appartiennent à la chrysarobine.

» 2° On reprend le premier précipité non attaqué par l'acide acétique, par une plus grande quantité de ce même acide cristallisable et à chaud; on précipite le filtratum par une assez grande masse d'eau.

» Ce nouveau précipité est purifié par cristallisations dans l'alcool à 90° ou dans le benzène. On obtient ainsi un corps plus foncé que le précédent présentant tous les caractères de l'acide chrysophanique. Il est insoluble dans l'eau, soluble en rouge dans l'ammoniaque et les lessives alcalines; il fond à 160°-162°. Oxydé par une solution de potasse aérée, il donne de l'émodine. L'analyse fournit des nombres qui s'accordent avec la formule $C^{15}H^{10}O^{4}$. (Trouvé : $C = 70,87$; $H = 3,92$; $O = 25,21$.)

» 3° Le résidu de cette seconde opération est lavé à l'éther, séché, puis mis à cristalliser dans l'alcool absolu; il se présente alors en aiguilles clinorhombiques rouge orangé sublimables, insolubles dans l'eau, très peu solubles dans l'éther, le benzène, solubles dans l'alcool absolu, l'ammoniaque, les lessives alcalines en rouge pourpre. Elles fondent à 245°-250°.

» Avec l'anhydride acétique et un peu de chlorure de zinc, ce corps donne, suivant la température : 1° du monoacétylémodine; 2° du triacétylémodine, de couleur jaune fondant à 190°.

» L'analyse donne des nombres qui s'accordent avec la formule $C^{15}H^{10}O^{5}$ qui est celle de l'émodine. (Trouvé : $C = 66,73$; $H = 3,78$; $O = 29,49$.)

» Ces corps sont presque exclusivement contenus dans la partie précipitée par l'acide ajouté à la première liqueur et leurs quantités respectives varient suivant les échantillons et la teneur en alcali de l'eau qui sert à l'épuisement de l'écorce.

» Il ressort de cette étude, ainsi que de celles du Dr Eccles, de H.-F. Meier et J. Le Roy-Webber, que le corps antérieurement étudié par nous n'est pas le seul principe actif de cette écorce, mais seulement l'un de ceux qui peuvent être utilisés, avec avantage, par la Thérapeutique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transformation directe de l'acétamide en éthylamine par hydrogénation* (1). Note de M. **Guerbet**, présentée par M. Moissan.

» On sait que les pyrrolidones, traitées par l'hydrogène naissant de la réaction du sodium sur l'alcool amylique bouillant, fixent cet hydrogène

(1) Travail fait au laboratoire de M. Jungfleisch, au Conservatoire des Arts et Métiers.

et se transforment en pyrrolidines avec départ d'une molécule d'eau (*Tafel. Berichte der deutsch. chem. Ges.*, t. XXII, p. 1865 et t. XXIII, p. 708)

$$\underbrace{\begin{matrix} & & CH^3 \\ CH^2 - CH & \diagup & \\ | & & AzH \\ CH^2 - CO & \diagdown & \end{matrix}}_{\alpha\text{-méthylpyrrolidone.}} + 4H = \underbrace{\begin{matrix} & & CH^3 \\ CH^2 - CH & \diagup & \\ | & & AzH \\ CH^2 - CH^2 & \diagdown & \end{matrix}}_{\alpha\text{-méthylpyrrolidine.}} + H^2O.$$

» Or, l'α-méthylpyrrolidone est un véritable amide résultant de la déshydratation interne de l'acide γ-amidovalérique

$$CH^3 - CH(AzH^2) - CH^2 - CH^2 - CO^2H,$$

et j'ai pensé que, peut-être, les amides traités de même se transformeraient en amines primaires correspondantes suivant l'équation

$$R - CO - AzH^2 + 4H = R - CH^2 - AzH^2 + H^2O.$$

» La réaction ainsi formulée est analogue à celle qui donne naissance aux amines par l'hydrogénation des nitriles, composés qui diffèrent des amides par une molécule d'eau en moins (Mendius, *Lieb. Ann. der Chem.*, t. CXXI, p. 142)

$$R - CAz + 4H = R - CH^2 - AzH^2.$$

» Mon hypothèse était rendue vraisemblable par les expériences de M. Seifert (*Berichte der deutsch. Ges.*, t. XVIII, p. 1357), démontrant la formation de l'éthylamine lorsqu'on chauffe à 170°-200° l'acétamide avec un mélange d'alcool et d'alcoolate de sodium. J'ai montré, en effet, (*Comptes rendus*, 17 avril 1899), qu'un tel mélange donne naissance à de l'hydrogène quand on le chauffe au voisinage de 200°. La formation de l'éthylamine dans l'expérience de M. Seifert peut donc s'expliquer par la réaction de l'hydrogène sur l'acétamide.

» Partant de ces idées théoriques, j'ai appliqué à l'acétamide le traitement qui permet la transformation de la méthylpyrrolidone en méthylpyrrolidine et l'expérience a pleinement vérifié mon hypothèse : l'acétamide se transforme partiellement en éthylamine suivant l'équation

$$CH^3 - CO - AzH^2 + 4H = CH^3 - CH^2 - AzH^2 + H^2O.$$

» Voici comment on opère pour effectuer la réaction :

» On dissout 15gr d'acétamide bien sec dans 600gr d'alcool amylique préalablement distillé sur la baryte caustique pour le priver de toute trace d'eau. On ajoute en une seule fois 60gr de sodium et l'on porte le mélange à l'ébullition que l'on entretient jus-

qu'à dissolution complète du métal. Le ballon où s'effectue la réaction est en relation avec un réfrigérant disposé à reflux, muni d'un tube adducteur qui permet de faire barboter les produits gazeux dans une solution d'acide chlorhydrique. Celui-ci s'empare de l'ammoniaque et de l'éthylamine issues de la réaction, tandis que l'hydrogène, qui n'a pas été fixé, se dégage.

» La solution chlorhydrique doit rester acide jusqu'à la fin ; elle est alors évaporée au bain-marie et l'on constate que le résidu est formé de chlorhydrate d'ammoniaque et de chlorhydrate d'éthylamine facile à séparer du premier par l'alcool absolu.

» Le chlorhydrate cristallisé résultant de l'évaporation de la solution alcoolique est bien du chlorhydrate d'éthylamine, car il fond à 78°-81°, est déliquescent et se dissout en abondance dans l'alcool absolu. Sa solution aqueuse ne précipite qu'au bout d'un certain temps par le chlorure de platine et surtout en présence d'alcool.

» Mélangé à deux fois son poids de chaux vive et chauffé, il laisse dégager un gaz d'odeur ammoniacale, bleuisssant le tournesol, combustible et condensable en un liquide incolore qui bout à 18°. Ce sont là les propriétés de l'éthylamine.

» Avec les proportions indiquées des corps réagissants, on a obtenu 8,2 de chlorhydrate d'éthylamine et 9,5 de chlorhydrate d'ammoniaque. Voyons quelles quantités de ces composés devraient se former suivant la réaction formulée plus haut :

» Celle-ci indique la formation d'une molécule d'eau qui donnera de la soude au contact de l'amylate de sodium présent dans le mélange, et la soude ainsi formée décomposera une partie de l'acétamide avec dégagement d'ammoniaque. Deux molécules d'acétamide devraient donc donner naissance à une molécule de chacun des chlorhydrates; les 15gr d'acétamide employés devraient produire 10,3 de chlorhydrate d'éthylamine et 6,8 de chlorhydrate d'ammoniaque.

» Le rendement en éthylamine est donc les $\frac{8}{10}$ environ de celui qui est indiqué par la théorie. On voit qu'il est satisfaisant et je pense que la même transformation pourra être effectuée sur d'autres amides.

» Je m'occupe en ce moment des expériences nécessaires à la généralisation de la réaction et j'espère pouvoir bientôt en communiquer le résultat à l'Académie. »

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la sécrétion des diastases.* Note de M. **Dienert**, présentée par M. Duclaux.

« J'ai démontré, au mois de février dernier (*Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 617), que les levures ne décomposaient le galactose en alcool et acide carbonique qu'après s'être acclimatées à ce sucre. La durée de cette acclimatation est variable suivant les levures. On la rend très courte si l'on facilite la multiplication des cellules en présence du galactose, ou encore, pour les levures sécrétant de la mélibiase ou de la lactase, en présence de mélibiose ou de lactose.

» Je montrerai dans cette Note que le phénomène d'acclimatation s'accompagne chez les levures basses d'une sécrétion abondante de mélibiase, et chez les levures de lactose d'une forte sécrétion de lactase.

» J'introduis dans trois ballons une même quantité d'un liquide nutritif azoté. Pour le sucrer, j'ajoute dans le ballon A du glucose, dans le ballon B du galactose, et dans le ballon C du lactose.

» Ces trois ballons sont ensemencés avec la même levure de lactose. La fermentation finie, par un procédé facile à imaginer, j'enlève la levure débarrassée de son liquide nutritif et je la sèche à 25° dans le vide en présence d'acide sulfurique. La levure ainsi séchée est portée à la température de 100° que l'on maintient constante pendant six heures consécutives.

» Les diastases sèches résistent très bien à ce traitement.

» La levure est alors broyée avec de l'eau distillée. On en extrait une diastase, la lactase, qui dédouble le lactose en galactose et en glucose. Je mets ces sucres en évidence de la manière suivante. Certaines levures, comme le *S. Ludwigii*, n'attaquent pas le galactose. Si j'ensemence cette levure dans un milieu nutritif contenant un mélange de glucose et de galactose, le sucre restant que je constaterai sera du galactose pur. Pour différencier le galactose du lactose, je me sers d'une levure qui attaque le premier sucre et laisse le second inattaqué. De cette façon, on arrive très exactement à trouver que le glucose et le galactose sont en égale proportion dans le liquide après l'action de la lactase.

» Pour rendre la comparaison facile, je broie le même poids de levure avec le même volume d'eau.

» Les levures des trois ballons, broyées séparément, me donnent trois solutions de lactase que je désignerai par les lettres A, B et C des ballons d'où elles proviennent.

» La solution la plus active ne pouvait dédoubler au maximum que 6 pour 100 de lactose.

» Si je désigne par le chiffre 1 la quantité maxima de lactose décomposé par la solution A, il faudra désigner par les chiffres 5 et 6 les quantités maxima de lactose décomposé par les solutions B et C.

» Les résultats sont identiques avec la mélibiase qui dédouble le mélibiose en glucose et en galactose.

» L'acclimatation d'une levure au galactose augmente donc la sécrétion de certaines diastases. Elles agissent principalement sur le lactose et le mélibiose, deux corps qui se décomposent en galactose et glucose par l'action de ces diastases. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur les particularités de l'éruption du Vésuve.* Note de M. MATTEUCCI, présentée par M. de Lapparent.

« L'éruption qui se poursuit au Vésuve depuis le 3 juillet 1895 m'a permis de constater quelques faits d'un assez grand intérêt.

» On sait que, à cette date, une série de fentes se sont ouvertes dans la direction du nord-ouest, sur toute la hauteur du grand cône et que, sur ces fentes, onze bouches d'éruption se sont d'abord échelonnées, donnant issue à la lave. Mais, le 5 juillet, l'émission de cette dernière n'avait plus lieu qu'à la base même du cône, dans l'Atrio del Cavallo, donnant lieu à la formation d'une coupole de laves, d'altitude progressivement croissante, qui avait fini par atteindre 90^{m} de hauteur. Le 31 janvier 1897, la bouche d'éruption se déplaçait en remontant d'une quarantaine de mètres sur la fissure. La lave, continuant à sortir, se répandait sur la coupole et en portait bientôt l'altitude à 835^{m} au-dessus du niveau de la mer.

» En se plaçant sur la plate-forme de la station inférieure du funiculaire, on apercevait facilement le contour très aplati de la coupole, venant rencontrer le profil du grand cône juste au même point que la pente du Primo Monte ou escarpement occidental de la Somma.

» Vers le milieu de février 1898, il fut aisé de constater que les laves, cessant d'arriver au sommet de la coupole, se déversaient latéralement, le plus souvent vers l'est, dans l'Atrio, mais parfois aussi vers le nord ou vers le sud, le lieu de leur sortie demeurant marqué par d'abondantes fumerolles. Cependant, au bout d'un mois, le contour de la coupole se trouvait si bien bombé que sa cime avait gagné une quinzaine de mètres d'altitude; de sorte que sa silhouette, vue de la station, s'interposait entre le grand cône et l'escarpement de la Somma, atteignant le cône à une certaine distance à l'est du point où elle s'arrêtait auparavant.

» Ce gonflement ne peut être expliqué que par la pression de la lave qui, ne réussissant plus à sortir par le sommet de la coupole, a commencé par la soulever en masse, avant de retrouver une issue de côté. L'excès de pression se comprend d'autant mieux qu'au moment où le phénomène s'est produit le niveau de la lave avait remonté de 60^{m} dans le grand cratère, tandis que, quelque temps après, on voyait ce dernier reprendre la profondeur de 200^{m} qu'il possédait auparavant.

» Il s'agit donc ici d'un soulèvement *endogène*, produit par l'intrusion

d'un véritable *laccolithe*, qui a fait gonfler les couches solidifiées du sommet de la coupole, comme les laccolithes américains ont soulevé les couches des terrains qui faisaient obstacle à leur sortie. C'est la première fois que la naissance d'un accident de ce genre est prise sur le fait, et, s'il n'en résulte pas que l'on doive revenir à l'ancienne théorie des cratères de soulèvement, cela prouve que tout n'était pas faux dans cette conception.

» En janvier 1897, le cratère du Vésuve était circulaire, avec un diamètre de 136^m. En février 1898, le diamètre s'était accru et avait atteint 160^m. Actuellement, je me suis assuré qu'il a subi un nouvel élargissement, le diamètre nord-sud étant de 185^m, tandis qu'on trouve 180^m dans le sens est-ouest. La profondeur est de 200^m.

» Le système des fentes qui accidentent le flanc du cône se poursuit, un peu au delà du pied de ce dernier, sur 1600^m de longueur, embrassant une largeur de 400^m et une superficie d'environ $500\,000^{mq}$.

» La hauteur de la coupole de laves est aujourd'hui de 163^m, et son volume représente environ 125 millions de mètres cubes. C'est un changement considérable qui s'est produit dans la topographie du volcan, par suite de cette accumulation venant se dresser à l'entrée de l'Atrio, tandis que, en arrière, se trouve une autre coupole, édifiée de la même façon de 1891 à 1894.

» Parmi les produits des fumerolles de cette éruption, j'ai vu se dégager l'acide chlorhydrique, l'anhydride sulfureux, l'hydrogène sulfuré, l'anhydride carbonique, le soufre, le gypse, divers sulfates et chlorures de fer et de cuivre, l'érythrosidérite, les chlorures et sulfates de soude et de potasse, le sel ammoniac, la ténorite, le fer oligiste. En outre, ce qui est important pour l'histoire des éruptions, j'ai constaté l'abondance du sélénium, et surtout celle du gaz acide fluorhydrique, en même temps que la présence des acides iodhydrique et bromhydrique et du bicarbonate de soude.

» Les produits des fumerolles sont bien distribués, dans l'espace, conformément aux lois indiquées par Charles Sainte-Claire Deville; mais leur distribution dans le temps me paraît plus conforme aux vues émises par M. Fouqué. »

M. Armand Gautier, à propos de la Note de M. *Matteucci* présentée par M. de Lapparent, ajoute :

« La présence du gaz iodhydrique dans les émanations volcaniques concorde avec l'observation déjà faite de la présence de l'iode dans les efflo-

rescences qui se forment sur les laves. Elle s'explique d'ailleurs par une remarque que je viens de faire et qui se rattache, comme je le montrerai, à l'existence des iodures dans le fond des mers; je veux parler de la présence de l'iode dans les roches éruptives, et en particulier dans tous les granits que j'ai examinés. J'en ferai le sujet d'une Communication prochaine à l'Académie. »

M. **Emile Renner** adresse une étude sur le Magnétisme terrestre.

La séance est levée à 4 heures et demie.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 3 juillet 1899.

Traité de Nomographie. Théorie des abaques. Applications pratiques, par Maurice d'Ocagne. Paris, Gauthier-Villars, 1899; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Maurice Lévy.)

Histoire abrégée de l'Astronomie, par Ernest Lebon, avec 16 portraits. Paris, Gauthier-Villars, 1899; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Wolf.)

De la distribution d'énergie électrique en Allemagne, par M. Charles Bos et M. J. Laffargue. Paris, Masson et Cie, 1899. (Présenté par M. Mascart.)

Étude sur la Flore fossile du bassin houiller d'Héraclée (Asie Mineure), par R. Zeiller. Paris, G. Carré et C. Naud, 1899; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Michel Lévy.)

Le Mois scientifique et industriel. Revue internationale d'informations. N° 1, juin 1899. Paris, 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Adolphe Carnot.)

Annales des Ponts et Chaussées. Ire Partie. *Mémoires et documents*. 7e série, 9e année, 1899, 1er trimestre. Paris, Vve Ch. Dunod; 1 vol. in-8°.

Annales médico-psychologiques. Journal de l'Aliénation mentale et de la Médecine légale des Aliénés. 57e année, n° 1, juillet-août 1899. Paris, Masson et Cie, 1899; 1 fasc. in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie, 90e année, 6e série, t. X, n° 1, 1er juillet 1899. Paris, Octave Doin; 1 fasc. in-8°.

Répertoire de Médecine et de Chirurgie pratiques. 1re année, n° 1, juin 1899. Paris, M. A. Desfeux; 1 fasc. in-8°.

Bulletin de la Société des Sciences de Nancy. Série II, t. XVI, fasc. 33, 31e année, 1898. Paris-Nancy, 1899; 1 vol. in-8°.

Essai d'un plan de Métaphysique, par Alexis-S. Tsimbouraki. Athènes, Anestis Constantinides, 1896; 1 fasc. in-18.

Report of the American Lavoisier Committee. Saint-Louis, Mo, 1899; 1 fasc. in-8°.

The danish Ingolf-expedition. Vol. I, part. I; Vol. II, part. I; Vol. III, part. I. Copenhagen, H. Hagerup, 1899; 3 fasc. in-f°.

Annual report of the Smithsonian Institution for the year ending June 30, 1896. *Report of the U. S. National Museum.* Washington, 1898; 1 vol. in-8°.

Bulletin of the United States National Museum. N° 47 : *The fishes of North and Middle America,* by David Starr Jordan and Barton Warren Evermann. Part II, part III. Washington, 1898; 2 vol. in-8°.

The canadian patent Office record and register of copyrights and trade marks. Vol. XXVI, 1898. *Annual index.* Ottava, 1899; 1 fasc. in-4°.

The geographical journal. Vol. XIV, n° 1, July 1899. London, Edward Stanford; 1 fasc. in-8°.

Anales del Museo nacional de Montevideo, pub. bajo direccion de J. Arechavaleta. Tomo II, fasc. 11. Montevideo, 1899; 1 fasc. in-4°.

Nachrichten von der kön. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Matematisch-physikalische Klasse. 1899. Heft 1. Göttingen, Lüder Hortsmann, 1899; 1 fasc. in-8°.

Buletinul Societatii de sciinte din Bucuresci, Romania. Anul VIII, nos 1 si 2. Bucuresci, 1899; 1 fasc. in-8°.

Bulletin de la Société physico-mathématique de Kasan. Deuxième série; t. VIII, n° 4; t. IX, nos 1, 2. Kasan, 1899; 3 fasc. in-8°.